А. Б. Сосиньский

Mathematical English

Підручник англійської
для математиків

Kyiv
2023

Зміст

Передмова

Цю невеличку книгу адресовано студентам, які вивчають математику в українських університетах, а також всім математикам, хто прагне підвищити свій рівень сучасної англійської математичної мови. Опрацювавши книгу, ви зможете писати математичні статті й книги пристойною англійською, і навіть зможете перекладати математичні статті англійською мовою на рівні, близькому до професійного. Для цього нема потреби від початку добре володіти англійською, потрібний лише мінімальний загальний словниковий запас, розуміння математичних статей англійською (нехай зі словником), знання термінології і, головне, готовність активно використовувати математичні здібності, а не дурні гуманітарні навички опанування мовою, що виникли в процесі багаторічного вивчення Kyiv English.

З книгою можна працювати систематично, як з підручником (тоді варто виконувати завдання), але нею можна послуговуватися як довідником (звертаючись, здебільшого до Додатків I та II). Одначе, тоді я конче рекомендую користувачам спочатку ознайомитися з принципами побудови цієї книги.

Ці принципи коротко викладені в першому розділі, який, на відміну від наступних, написано мовою simple English, є чимось на кшталт своєрідного тесту вашої готовності: якщо виявиться, що ви маєте великі труднощі прочитати його, то спочатку вам варто підвищити ваш рівень англійської за допомогою інших джерел.

Лекції, які складають основу змісту цієї книги, читалися студентам третього курсу математичного факультету Вищої школи економіки навесні 2015 року в рамках обов'язкового курсу «Mathematical English». Текст кожної лекції (в електронному вигляді) оприлюднювався в день прочитання на сайті. Крім того, студентам видавалися (в папері) тексти, необхідні для виконання домашніх завдань. Вони також включені в книгу.

Заняття, наведене після сьомої лекції, відбувалося у форматі, відмінному від лекційного, і якоюсь мірою нагадувало секційне засідання міжнародної конференції: усні математичні доповіді біля дошки, зацікавлені слухачі, висококваліфікований chairman в якості ведучого. (Одначе, тему цього «засідання» — основи лінійної алгебри — було обрано елементарною, далекою від «міжнародного рівня».) Роль chairman'а взяв на себе професор Айан Маршалл. Його почуття гумору й чарівний британський акцент дали новий вимір цьому заняттю. В книзі, на жаль, відтворити це неможливо. Натомість є розділ, де даються поради, як робити доповіді й читати лекції.

В курсі було всього 8 занять, 7 з них — лекції. Курс закінчувався письмовим двогодинним іспитом, на якому було три завдання: (1) перекласти англійською односторінковий шмат недавньої статті з математичного журналу; (2) розставити артиклі в англійському математичному тексті, в якому артиклі та місця, де можна поставити артикль, були замінені крапками; (3) написати твір (обсяг приблизно 300 слів) про виникнення неевклідової геометрії. Я був здивований, що студенти в цілому добре виконали це завдання, довелося поставити набагато більше п'ятірок, ніж зазвичай. Зокрема, несподівано виявилось, що більше половини студентів безпомилково або майже безпомилково розставили артиклі, хоча вважається, що це можуть зробити лише носії мови.

Крім текстів лекцій, в розпорядженні слухачів курсу були два додатки (ці додатки також відтворені в книзі). Один стосується прийменників і сполучників і складається з прикладів ситуацій, в яких використовуються ті або інші сполучники й прийменники. Другий додаток (не обов'язковий для вивчення) — передрук моєї (ненадрукованої) статті про семантику артиклів англійської мови. В книзі є чотири додатка: крім згаданих двох, є список основних шаблонів (Додаток I) і відповіді-коментарі до завдань (Додаток IV).

Автор висловлює велику подяку Євгенії Кононенко, а також Георгію Шевченку і Костянтину Соніну за допомогу в підготовці цього видання.

Chapter 1
Main Principles

1.1. Prerequisites

The prerequisites for this course are a solid knowledge of mathematics (in Ukrainian) and some knowledge of mathematical terminology in English. No advanced knowledge of the English language is required: writing or speaking correct English is not a prerequisite, you should only be able to *understand simple texts*, such as the one in this chapter, possibly with the help of a dictionary.

The goal of the course is to teach you to write and speak mathematical English.

To do this, you must understand, first of all, that English, unlike Ukrainian, is not a grammatical language—correct English cannot be obtained by following a finite set of grammatical rules,

good mathematical English comes from usage

i.e., from using only those *standard constructions* that native English speaking mathematicians ordinarily use.

Are there many such constructions? Actually very few are needed to produce a good text—this is a wonderful property of *mathematical* English, a linguistic fact that makes our approach to teaching that language simple and efficient.

You will never master mathematical English if you don't follow the *main rule*:

never translate from Ukrainian!

In order to produce a good mathematical text in English, *never* begin by expressing your mathematical thoughts in Ukrainian, first clarify to yourself what it is you want to say *mathematically*, and then express it using the English constructions that you are familiar with. Even when you are in fact performing a translation of a Ukrainian mathematical text, **do not translate**—first understand mathematically what the author wants to say, then express it in your own words, by means of those English constructions that you are sure of. To do that, you need to have a collection of standard expressions in your memory. I call these expressions clichés.

1.2. Clichés and parts of speech

By a *cliché* (*шаблон* in Ukrainian) I mean a fixed text with variable entries (i.e., blank spaces to be filled in by words, expressions or formulas of the appropriate type). Here is an example:

For any [ ] **there exists a** [ ] **such that** [ ]**.**

By filling in the empty spaces (specifying the variable entries), we can obtain the following sentences:

For any $\varepsilon > 0$ there exists a $\delta > 0$ such that

$$|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon.$$

For any braid $b \in B_n$ there exists a sequence of braid generators $b_{i_1}, \ldots, b_{i_k}$ such that $b = b_{i_1} \cdot \ldots \cdot b_{i_k}$.

as well as many other popular mathematical statements.

In order to obtain a syntactically correct sentence from a cliché, we need to fill in the empty spaces by the appropriate *type of variable*. In our study of mathematical English, we will consider six types of variables, which we call *parts of speech*. Our parts of speech are completely different from the parts of speech of traditional grammar (which are nouns, verbs, adjectives, adverbs, pronouns, conjunctions, prepositions, just as in Ukrainian). We list them below with their abbreviations (without giving any formal linguistic definition) followed by typical examples.

Objects (*obj*): Banach space, $f(x)$, $\varepsilon > 0$, the Abelian group G, a second order differential equation solved w.r.t.[1] the highest derivative, ...

Modifiers (*mod*): continuous, twice differentiable, singular, normal, positive definite, irreducible, small, discrete, noncontradictory, ...

Properties (*prop*): continuity, smoothness, Lebesgue integrability, Jordan measurability, infinite differentiability, ...

References (*ref*): Theorem 1, the previous lemma, Gauss' proof, the Poincaré conjecture, Hilbert's 10th Problem, Definition 3.1, ...

Links (*link*): and, or, if, such that, whenever, when, which, ...

Openers (*opener*): Then, Therefore, Without loss of generality we can assume that, Suppose that, This means that, ...

[1] Абревіатура *w.r.t.* розшифровується як *with respect to* і використовується переважно в неформальних текстах, наприклад, на дошці при математичних доповідях або лекціях. Інша абревіатура, яка часто з'являється на доповідях, — *s.t.*, вона означає *such that*; використовуючи зворот «There exists a ... such that ...», англомовний доповідач на дошці напевне напише «$\exists\ldots$ s.t. ...».

In some clichés, there are empty spaces that must be filled not by parts of speech, but by mathematical statements, e.g. formulas or sentences constructed from other clichés, so that our constructions can be, in a sense, recursive. Empty spaces for formulas or statements (which are not parts of speech!) will be denoted by the word *claim*. In particular, claims often appear in empty spaces on both sides of links in clichés such as

$$[\textit{claim}]\ \textbf{and}\ [\textit{claim}] \quad \text{or} \quad [\textit{claim}]\ \textbf{whenever}\ [\textit{claim}].$$

1.3. Example: a simple mathematical text

To see how much mathematics can be correctly expressed by using a very small number of clichés, let us now carefully read the following mathematical text (an introduction to the theory of smooth manifolds).

In this short text, as in all mathematical texts, the correct use of articles (the, a, an) is extremely important—incorrect use of an article often makes the text misleading, difficult to understand, or even self-contradictory. For example, if an English speaking mathematician reads the sentence "Let $\mathbb{Z}$ be a set of integers" he will be very annoyed (and possibly stop reading further), because in mathematics the symbol $\mathbb{Z}$ always denotes the set of *all* integers, while the sentence in quotation marks means "Нехай $\mathbb{Z}$ — підмножина множини цілих чисел". In the above sentence, the article "the" should be used instead of "a", so that it will read "Let $\mathbb{Z}$ be the set of integers".

In the text that follows, all the articles are used correctly, but I will not explain why. We shall study the use (i.e., the semantics) of articles in the next chapter.

Definition. A *manifold* is a pair $(M, \mathcal{A})$, where M is a topological space and $\mathcal{A}$ is an atlas; here the *atlas* $\mathcal{A}$ is a set $\mathcal{A} = \{\phi_\alpha \colon U_\alpha \to \mathbb{R}^n\}$ such that

(i) $U_\alpha \subset M$ is an open set;
(ii) $\phi_\alpha \colon U_\alpha \to \mathbb{R}^n$ is a homeomorphism;
(iii) $\bigcup_{\alpha \in J} U_\alpha = M$.

Examples. (1) M is $\mathbb{R}^n$ and $\mathcal{A} = \{\mathrm{id} \colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n\}$.

(2) M is the sphere $\mathbb{S}^n$ and $\mathcal{A} = \{p_i \colon \mathbb{S}^n \setminus n_i \to \mathbb{R}^n,\ i = 1, 2\}$; here p_1 and p_2 are stereographic projections, n_1, n_2 are the South and North poles.

Definitions. Suppose that $(M, \mathcal{A})$ is a manifold and $\alpha, \beta \in J$; then $\phi_\alpha \circ \phi_\beta^{-1} =: t_{\alpha,\beta}$ is a *transition function*.

Further, $(M, \mathcal{A})$ is a *smooth manifold* if

$$t_{\alpha,\beta} \in C^\infty(\mathbb{R}^n) \quad \forall \alpha, \beta \in J,$$

where $C^\infty(\mathbb{R}^n) := \{f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n \mid f$ is an infinitely differentiable map$\}$.

Suppose that $(M, \mathcal{A})$ is a smooth manifold; a *smooth embedding* is a map $h\colon M \to \mathbb{R}^n$ such that $h \circ \phi_\alpha^{-1}\colon \phi_\alpha(U_\alpha) \to h(U_\alpha)$ is a diffeomorphism $\forall \alpha$.

THEOREM 1 (Whitney, 1921). *Suppose that M is a smooth manifold and $\dim M = n$. Then there is a smooth embedding $h\colon M \to \mathbb{R}^{2n}$.*

Analyzing this text, we see that—amazingly—all its sentences are obtained from three clichés (basically, from only one cliché), namely:

[*obj*] **is** [*obj*]; [*objs*] **are** [*objs*]; [*ref*].

with the help of only four links (*where, and, such that, if*) and four openers (*here, suppose that, then, further*)!

1.4. Basic clichés

To conclude this chapter, let us list ten more basic clichés, which we will constantly use in what follows.

consider [*obj*]

Consider the 2-dimensional vector space over $\mathbb{F}_7$.

for any [*obj*]**,** [*claim*]

For any $x \in \mathbb{R}$, the function e^x is positive.

let [*obj*] **be** [*obj*] or [*mod*]

Let A be a linear operator in Banach space.
Let the operator A be compact.

[*ref*] or [*prop*] **implies** [*ref*] or [*prop*]

Differentiability implies continuity.
Theorem 7.3 implies the Poincaré Conjecture.

[*ref*] or [*prop*] **implies that** [*claim*]

Eq. (3.4) implies that the solution is unique.

there exists a $[obj]$ **such that** $[claim]$

There exists a point $x \in \mathbb{D}^2$ such that $f(x) = x$.

if $[claim]$**, then** $[claim]$

If $f\colon \mathbb{D}^2 \to \mathbb{D}^2$ is continuous, then there exists a point $x \in \mathbb{D}^2$ such that $f(x) = x$.

there exists a unique $[obj]$ **such that** $[claim]$

There exists a unique point $x \in \mathbb{R}$ such that $e^x = 17$.

$[obj]$ **is called** $[mod$ or $obj]$ **if** $[claim]$

A group G is called Abelian if $gh = hg$ for all $g, h \in G$.
A topological space X is called Hausdorff if X satisfies the axiom T_2.

denote by $[symbol]$ **the** $[obj]$

Denote by $\mathbb{C}P^2$ the complex projective plane.

the set of all $[objs]$ **is a** $[obj]$ **w.r.t.** $[obj]$
The abbreviation "w.r.t." stands for "with respect to".

The set of all translations of the plane is an Abelian group w.r.t. the composition operation.

When the above clichés are used, a "claim" can be a mathematical formula or several mathematical formulas separated by the words ("links") *where, for, and, whenever, for all.* For example,

$w = (az + b)/(cz + d)$ for $ac - bd \neq 0$.
$\mathrm{Stab}(x) = \{g \in G \mid xg = x\}$, where $x \in X$.

are claims.

* * *

Exercise 1.1. Write a one-page (approximately 300 words) introduction to group theory using *only* constructions based on the clichés that were listed above.

Розділ 2
Як написати простий математичний текст

Вважатимемо математичний текст простим (simple), якщо його кожна фраза є результатом заповнення змінних полів одного шаблону (з 11 шаблонів першого розділу) відповідними «частинами мови». Мета цього розділу — навчити вас правильно писати прості математичні тексти. Для цього почнемо з прикладу, *як треба* це робити, а саме, проаналізуємо добре виконану вправу, яка полягала в написанні тексту на одну сторінку про початкові поняття теорії груп, послуговуючись лише шаблонами, наведеними в кінці попереднього розділу). А потім поговоримо про те, *як не треба*, і наведемо приклади помилок, характерних для україномовних авторів англійських математичних текстів. А насамкінець попробуємо розібратися зі значеннями артиклів і навчимося їх правильно розставляти в простих математичних текстах.

2.1. Простий математичний текст: як треба

Текст, наведений нижче — це домашнє завдання (Ex. 1.1, с. 10), виконане одним зі слухачів курсу, на якому базується ця книга. В цьому тексті «сталі слова» використаних шаблонів виділені жирним шрифтом. (А в шаблоні [*ref*], наприклад, в назві «Binary operations», нема сталих слів, і тому в тексті в цих шаблонах ніяких виділень нема.)

§1. Binary operations

Definition. A map $*\colon S \times S \to S$ **is called** a *binary operation* on the set S. **Denote by** $s_1 * s_2$ **the** image of the pair (s_1, s_2), $s_1 * s_2 := *(s_1, s_2)$.

Examples. (1) The addition of real numbers **is** a binary operation.

(2) The multiplication of complex numbers **is** a binary operation.

(3) **Let** $C(X)$ **be** the set of continuous maps of the topological space X into X; then the composition of maps $(f, g) \mapsto f \circ g$ **is** a binary operation.

(4) **Let** λ **be** the map $\lambda\colon (x,y) \mapsto \log(xy)$; here x and y **are** positive real numbers; then λ **is not** a binary operation, because the function $\log(x)$ **is** not positive if $x < 1$.

Definition. A binary operation $*$ on a set S **is called** *associative* **if**

$$(a * b) * c = a * (b * c) \quad \text{for all } a, b, c \in S.$$

The operation $*$ **is called** *commutative* **if**

$$a * b = b * a \quad \text{for all } a, b \in S.$$

Examples. (1) The addition of real numbers **is** associative and commutative.

(2) The composition of continuous maps **is** associative and not commutative.

§2. Abstract groups

Let G **be a** set with a binary operation $*$. Then the pair $(G, *)$ **is called** a *group* if

(i) **there exists a unique** element $e \in G$ **such that**

$$e * g = g * e = g \quad \text{for all } g \in G;$$

(ii) **for any** $g \in G$ **there exists a unique** element $g^{-1} \in G$ **such that**

$$g * g^{-1} = g^{-1} * g = e;$$

(iii) the operation $*$ is associative.

Let $(G, *)$ **be** a group; then the element e **is called** the *unit element* or the *neutral element*, the element g^{-1} **is called** the *inverse element* to the element g, and the operation $*$ **is often called** *multiplication* or *product*. A group **is called** *commutative* or *Abelian* **if**

$$g * h = h * g \quad \text{for all } g, h \in G.$$

Examples. (1) **The set of all** complex numbers **with respect to** addition **is** an Abelian group;

(2) **the set of all** positive real numbers **with respect to** multiplication **is** an Abelian group;

(3) **the set of all** bijections S_n of a finite set $\{a_1, \ldots, a_n\}$ **with respect to** composition **is** a group; the group S_n **is called** the *permutation group* on n elements; the group S_n **is not** an Abelian group.

Варто відзначити, що автор тексту дозволив собі трохи відступити від умов завдання: він користувався двома шаблонами, яких не було в основному списку; це шаблони

[*obj*] **is not** [*mod* або *obj*]

[*obj*] **is often called** [*obj* або *mod*]

Тож додамо їх до основного списку. Також відзначимо, що автор використав невеликий набір вставних висловів (openers), а саме *then, here*, і сполучних слів (links), а саме *and, or, because.*

Виконана робота свідчить, що невеличкого списку основних загальних шаблонів вистачає, щоб без проблем писати елементарні тексти з загальної алгебри. І варто послуговуватися математичними навичками, щоб вкласти те, що хочете сказати, в рамки дозволених загальних зворотів. (А втім, останній із шаблонів нашого списку, навряд чи можна вважати загальним — це дуже специфічний шаблон, яким користуються лише для введення алгебраїчних структур на множині; його можна зустріти лише в алгебраїчних текстах. Подібні «специфічні» шаблони є в усіх розділах математики, ми їх також вивчатимемо в цій книзі.)

2.2. Як не треба: приклади типових помилок

Перейдемо до списку типових помилок, які виникають при написанні текстів и при перекладі. Ці помилки виникають через ганебну звичку перекладати слова, а не смисл.

Ще одна загальна заувага щодо послівного перекладу: англійська математична мова дуже лаконічна і погано толерує марнословство (якого багато в слов'янських мовах). Так, початок фрази «В задачі про пошук розв'язків рівняння 5-го порядку видається необхідним...» англійською буде: «To solve 5th degree equation, one must…» (33 друкованих знака замість 69!). Тут пропали слова-паразити «В задачі про» (які не містять ніякої інформації), віддієслівний іменник «пошук розв'язання» заміняється активним дієсловом «find» а пасивний зворот «видається необхідним» — на активний ідіоматичний зворот «one must».

Список помилок ми даємо у вигляді конкретних прикладів, відразу англійською мовою. Ви можете легко відновити оригінал кожної фрази, (якщо він був) послівним зворотнім перекладом. Після розгляду прикладу пояснимо, в чому помилка.

Термінологію треба знати, а не шукати в словнику!

1) Let v be a proper vector of the operator A.

Ніяких *proper vectors* англійською не буває, а буває *eigenvectors*, а також *eigenvalues*.

2) A Mersenne number is a simple number of the form ...

Треба не *simple*, а *prime*. Зате проста група перекладається як *simple group*.

3) Let K be a compact in $\mathbb{R}^n$.

Слово *compact* — завжди прикметник! Тут треба *compact set*, або *compact subset*, або *compactum*.

4) The elder coefficient is nonzero.

Замість *elder* (буквальний переклад слова старший) треба *leading*.

5) W_1 is the space of generalized functions.

Англомовні математики зазвичай, не послуговуються виразом *generalized functions*, який зустрічається здебільшого, в перекладних статтях. Тут краще *distributions*.

6) The space X is linearly connected.

Такого терміну нема: замість *linearly* тут треба *path*.

7) The definition of multiplication is correct.

Смисл слова *correct* — правильно, а не коректно. Треба: *The product is well defined*.

8) Consider the algebraic manifold V.

Англійською нема ніяких *algebraic manifolds*. Треба *variety*.

9) The operator A is positively defined.

тут *positively defined* — це послівний переклад (перекладати треба не слова, які називають термін, а його смисл!), тож треба *positive definite*.

Let вимагає інфінітив!

10) Let G is an Abelian group.

Ганебна, проте поширена помилка: замість *is* тут необхідно *be*.

11) Let B has a singularity at the point p.

Замість *has* тут треба *have*.

Після can і must не можна ставити to!

12) Now we can to prove Theorem 3.5.

Не потрібен *to*.

13) To establish Lemma 2.1, we must to prove (2.5).

Не треба другого *to*!

Геть наші коми!

14) Take any element $x \in X$, such that $x > x_0$.

Кома не потрібна (це груба смислова помилка!).

15) Suppose G is the group, that was considered in §2.

Знову не потрібна кома.

Не нагромаджуйте of'и!

16) Therefore we must suppose that there is the necessity of generalization of the method of bifurcation diagrams of V. I. Arnold.

Не можна так багато *of*'ів і стільки беззмістовних іменників! Треба простіше, наприклад: *Hence V. I. Arnold's bifurcation diagram method must be generalized.* Зазначимо, що вихідна фраза (яка особисто мені не подобається) є характерною для наших математичних текстів і в більшості читачів не викличе роздратування: «Таким чином, ми приходимо до висновку про необхідність узагальнення методу біфуркаційних діаграм В. І. Арнольда».

17) The set of prime elements of the subgroup H of the group of bijections of the set S of all finite sequences is finite.

Фразу треба радикально переробити, наприклад, так:

> Consider the subgroup H of the group of bijections of S, where S is the set of all finite sequences; then the set of prime elements of H is finite.

Остерігайтесь підступного which!

18) Now we use the singular homology theory of the space $\Lambda^k(X)$ which will be constructed in Section 3.

Which — це що таке? Що буде *constructed* — теорія чи сам простір $\Lambda^k(X)$? Якщо в оригіналі було котр**а** — отже, теорія, і тоді замість *which* можна писати *; this theory* (зверніть увагу на крапку з комою!), а якщо котр**е** — *; this space.*

19) F is equal G.

Треба: *F is equal to G* або *F equals G*.

20) On Fig. 3.

Треба: *In Fig. 3.*

21) The function f is discontinuous in the point $x = 0$.

Замість *in* треба *at*.

2.3. Пунктуація в англійській мові

На відміну від української, в англійській мові нема жорстких правил для ком та інших розділових знаків. Одначе, є такий загальний принцип:

> Коми ставлять або ні для зручності читачів и для того, щоб полегшити розуміння тексту в ході його читання.

(Українською не так; дещо перебільшуючи, можна сказати, що українські правила пунктуації мають на меті інше — продемонструвати читачеві, що автор опанував ці правила.)

Одначе, вищезгаданий загальний принцип не варто трактувати: «як хочеш, так и став». З нього випливає кілька загальних конкретних настанов.

1. При перерахуванні більше, ніж двох однорідних членів між ними ставиться кома, в тому числі перед останнім з них, навіть якщо йому передує сполучник *and*.

Ось кілька прикладів:

> The points A, B, C, and D lie on the same quadric.

Зверніть увагу, що в українському тексті останню кому ставити не можна!

> Both groups G and H are amenable.
> The surfaces $\mathbb{R}P^2$, $\mathbb{S}^2$, and $\mathbb{S}^2\#\mathbb{R}P^2$ are nonorientable, orientable, and nonorientable, respectively.

2. Після вставних речень (openers в нашій термінології) перед головними підметом і присудком ставиться кома, за винятком тих випадків, коли opener закінчується словом *that*.

Приклади:

> Therefore, the group G is solvable.
> It follows that the group G is solvable.

3. В математичних текстах тире використовується вкрай рідко, і лише, щоб відділити вставку від основного тексту; а щоб уникнути повторення тире ніколи не ставиться замість дієслова, а ставиться кома.

Приклади:

> An infinite finitely generated group has infinitely many subgroups, a finite group, finitely many.

Тут замість другої коми не ставлять «українське тире».

> Supermanifolds—whatever their dimension—are always complicated objects.

Тут замість двох тире можна поставити коми, але це дещо змінить смисл фрази: вставка *whatever their dimension* втратить свою акцентуйованість, смисл фрази буде рівносильний смислу більш «млявої» фрази *Supermanifolds of any dimension are always complicated objects.*

Наприкінці цього параграфу зупинимося на (досить тонкому!) правилі, пов'язаному з тим, чи треба ставити коми в так званих restrictive/nonrestrictive clauses. Почнемо з двох прикладів.

> For $n \geq 5$, the homology groups of a compact n-manifold that may be triangulated can be computed by using simplicial homology theory.

> The homology groups of a compact 2-manifold, which can always be triangulated, can be computed by using simplicial homology theory.

Чому в другій фразі підрядне речення *which can always be triangulated* виділено комами, а *that may be triangulated* в першому реченні не виділено? Справа в тому, що в першій фразі підрядне речення *звужує клас* (restricts the class) многовидів, які розглядаються, тоді як в другій фразі відповідне підрядне речення клас многовидів не звужує. При цьому, якщо забрати підрядне речення в першій фразі, матимемо фальшивий вислів (невірним є те, що всі n-мірні многовиди є триангульованими, і тому не можна підрахувати їхні симпліціальні гомології), тоді як в другій фразі підрядне речення повідомляє додаткову інформацію про 2-мірні многовиди (а саме те, що вони всі є тріангульовані), *не звужуючи* при цьому клас цих многовидів, тож видалення цього підрядного речення не впливає на істинність висловлювання.

Також варто відзначити, що nonrestrictive clauses починаються зі слова *which* (після коми), тоді як restrictive clauses починаються (без коми) зі слова *that.* Друге твердження цього припису, попри те, що воно вказано в правилах для авторів, складених Американським математичним товариством, часто порушується, особливо, якщо наступне слово — *is* (що є слушним, бо основний смисл словосполучення *that is* — це «тобто»).

Стандартна формулювання відповідного правила англійською мовою звучить так:

> Restrictive clauses are never set off in commas, while nonrestrictive clauses are always set off in commas.

Це правило є досить важким для розуміння і не має аналогів в українській мові. Адже у нас перед словом «котрі» *завжди* ставиться кома, попри те, що це слово має два зовсім різних смисли: «котрі всі» и «ті котрі»! Але поспішаю заспокоїти читача: мій досвід каже, що американські студенти, навіть дуже добрі, також погано розуміють це правило і роблять помилки в подібних ситуаціях. (Втім, практикуючі математики дуже рідко порушують це правило, одначе часто пишуть *which* (без коми) замість *that*, попри наведені вище вказівки.)

2.4. Найпростіше використання артиклів

В англійській мові є *три* артиклі однини: *the, a* и *порожній артикль*, якого в текстах не видно (це порожній символ), а ми позначатимемо його значком □. Артикль надає смислове навантаження іменник, який іде за ним . А саме:

i. Артикль **the** означує, що це є *той самий* або *єдиний такий*;

ii. Артикль **a** означує, що це *якийсь*, *один з таких*;

iii. Порожній артикль □ означує, що це *єдиний свого роду, унікум.*

Ось кілька прикладів.

> Let G be **a** nilpotent group. Let $\mathbb{Z}$ be **the** infinite cyclic group with one generator. Consider **the** set H of all homomorphisms of **the** group $\mathbb{Z}$ to **the** group G. Let h be **an** element of H.
>
> □ Grothendieck defined **the** notion of □ scheme, which is now **a** fundamental concept in □ algebraic geometry.

В англійській мові є два артиклі множини, а саме **the** и множинний невизначений артикль, який «позначається» порожнім символом (позначатимемо його символом □*):

IV. Артикль **the** означає, що це *всі*, *всі такі* або *весь список таких.*

V. Артикль **□*** означує, що це *якісь*, *деякі з таких.*

Зауважимо, що в унікумів нема множини, тож питання про артикль множини для них не стоїть.

Ось три приклади використання артиклів множини.

The eigenvalues of the operator A are positive.

We will consider only □* smooth functions.

□* Polynomials can have no real roots, but **the** polynomials of odd degree have at least one real root.

Зауваження 1. Тут і далі ми не розглядаємо ситуацій, в яких відбувається семантична заміна артиклю іншими словами, як, наприклад, в реченнях

This dog is brown. George's mother died. I chose some color.

(Тут слова *this* і *George's* заміняють два артиклі **the**, а слово *some* заміняє артикль **a**.)

Зрозуміло, що, коли має місце заміна артиклю, ніякий справжній артикль не ставиться.

Зауваження 2 (важливо!). Треба розуміти, що правила I–V не варто сприймати як повну і несуперечливу систему аксіом для обрання артиклів. Ці правила іноді суперечать одне одному: бувають такі ситуації, коли можна водночас застосовувати два чи навіть три з цих правил, і кожне правило вимагає обрати свій артикль. В цих ситуаціях смислове навантаження, яке визначається вибором артиклю на іменник, який стоїть за ним, не дуже то й залежить від цього вибору: тут йдеться про нюанси смислу.

В наведених вище прикладах розглядаються прості ситуації, в яких можливе застосування лише одного з правил, а вибір іншого артиклю докорінно змінює смисл фрази або робить її безглуздою. Приклади ситуацій, які не мають такої однозначності (вони нерідко зустрічаються для артиклів множини), розбиратимемо згодом. Втім, вже зараз можна відзначити, що артикль *the* перед словом *polynomials* в останньому прикладі можуть пропустити і багато хто з англомовних математиків. А ми тим часом вчимося правильно обирати артиклі в простих («однозначних») випадках.

До вибору артиклів, зокрема, артиклів множини, ми повертатимемося в наступних розділах. Крім того, в додатку III наводиться стаття автора щодо смислу артиклів не лише в математиці: приклади беруться з літературних, зокрема, й поетичних джерел.

* * *

Завдання 2.1. Для кожного з поширених шаблонів, наведених в першому розділі, придумайте по два речення (з різних областей математики), які б базувалися на цьому шаблоні. Артиклі обирайте згідно із вказівками, наведеними вище.

Розділ 3
Урізноманітнюємо математичний текст

В цьому розділі вчитимемося урізноманітнювати як окремі фрази, так і математичний текст в цілому.

3.1. Структура англійської фрази

Спочатку нагадаємо, що порядок слів и груп слів всередині англійської фрази є набагато жорсткішим, ніж в українській. Типова англійська математична фраза середньої довжини вибудовується так:

[*opener*] [*subject*] [*verb*] [*direct complement*] [*other complements*].

Ось приклад:

> [Therefore,] [the group $\mathbb{Z}_6$] [contains] [a subgroup isomorphic to $\mathbb{Z}_3$] [generated by the element $\overline{2}$].

Зокрема, в англійській мові вкрай небажано відокремлювати підмет від присудка або міняти їх місцями, що в українській робити можна. А особливо погано звучить відокремлення прямого додатку від дієслова. Так, в попередньому прикладі закінчення фрази у вигляді

> [Therefore,] [the group $\mathbb{Z}_6$] [contains] [the generated by the element $\overline{2}$] [subgroup isomorphic to $\mathbb{Z}_3$].

є неприпустимим, що українською звучить нормально, про що свідчить послівний зворотній переклад. Ось ще один приклад поганого перекладу:

> Consider now the variety V_2.

Тут для нормального англійського звучання треба перші два слова поміняти місцями. Ось іще один приклад:

The set $\{v_1, \dots, v_n\}$ generates in the complex case the required subalgebra.

Тут вираз *in the complex case*, який відокремлює дієслово від його прямого додатку, стоїть не на місці — його треба переставити в кінець фрази або на самий її початок.

3.2. Поширені шаблони

Тепер перейдемо до основної мети цього розділу — навчитися урізноманітнювати математичні тексти. Почнемо з невеличкого списку початків фраз (нагадую, що початок фрази — opener — це одна з наших частин мови), а потім наведемо список поширених шаблонів, згрупованих у відповідності до їхніх смислових призначень.

Вставні речення (openers)

so	now	then	here
hence	therefore,	it follows that	obviously,
clearly,	for example	it is easy to show that	in this case,
note that	let us note that	in view of the above,	further
in fact,	actually,	in addition,	first
secondly,	however,	nevertheless,	in particular,
thus	we have	in this article (chapter, section)	

without loss of generality, we may assume that

Зверніть увагу, що в деяких випадках opener завершується комою, а в інших — кома не ставиться.

Введення позначень (notation)

denote [*obj*] **by** [*symb*]

Denote the projective space by $\mathbb{R}P^3$.

let us denote [*obj*] **by** [*symb*]

Let us denote the hyperbolic plane by $\mathbb{H}^2$.

by [*symb*] **we denote** [*obj*]

By $\mathrm{GL}(n)$ we denote the group of nondegenerate linear operators in $\mathbb{R}^n$.

for [*obj*] **we use the notation** [*symb*]

For the convex hull of X we use the notation $\mathrm{Conv}(X)$.

[*symb*] **stands for** [*obj*]

$\mathrm{Tor}(G)$ stands for the subgroup of finite order elements of G.

(Зважайте на те, що іменник *notation* дуже рідко стоїть в множині, наприклад, «введемо позначення» перекладається як let us introduce the notation.)

[*obj*] **is called** [*mod* або *obj*]

A subgroup satisfying this condition is called normal.

[*obj*] **is called** [*mod* або *obj*] **if** [*claim*]

A transformation is called isometric if it preserves distances.

[*obj* або *symb*] **is defined as** [*obj*]

The half interval $[a, b)$ is defined as $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$.

let us define [*obj*] **as** [*obj*]

Let us define the integral $\int_a^b f(x)\,dx$ as the limit of integral sums as $\delta \to 0$.

define [*obj*] **as** [*obj*]

Define the sphere $\mathbb{S}^2$ as $\mathbb{S}^2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$.

we call [*obj*] [*mod*] **if** [*claim*]

We call a manifold C^r-smooth if all its transition functions are C^r-smooth.

Формулювання теорем

if [*claim1*]**, then** [*claim2*]

If the surface M is orientable and $\chi(M) = 2$, then M is the sphere $\mathbb{S}^2$.

suppose that [*claim1*]**; then** [*claim2*]

Suppose that the Lefschetz number $\lambda(f)$ is nonzero; then f has a fixed point.

let [*claim1*]**, let** [*claim2*]**, and let** [*claim3*]**; then** [*claim4*]

Let the function f be continuous on $[a, b]$, let $f(a) < 0$, and let $f(b) > 0$; then there exists a point $\zeta \in [a, b]$ such that $f(\zeta) = 0$.

if [*claim*]**, then** [*obj*] **possesses the following properties:**
1° [*claim1*]**;**
2° [*claim2*]**;**
3° [*claim3*]

If α is an element of the Möbius group, then α possesses the following properties:
1° α preserves angles;
2° α preserves cross ratios;
3° α takes circles and straight lines to circles or straight lines.

[*claim1*] **if and only if** [*claim2*]. Або коротше: [*claim1*] **iff** [*claim2*].

A 3-manifold M is the sphere $\mathbb{S}^3$ if and only if $\pi_1(M) = 0$.

[*claim*] **is a necessary and sufficient condition for** [*obj*] **to be** [*obj* або *mod*]

$H_0(X) = \mathbb{Z}$ is a necessary and sufficient condition for X to be path connected.

if [*claim*]**, then the following conditions are equivalent:**
1° [*claim1*]**;**
2° [*claim2*]**;**
3° [*claim3*]

If Γ is a graph, then the following conditions are equivalent:
1° Γ is a tree;
2° $\chi(\Gamma) = 1$;
3° there is a unique path joining any two points of Γ.

for [*obj*] **to be** [*mod* або *obj*]**, it is necessary and sufficient that** [*claim2*]

For a linear operator $A = (a_{ij})$ to be nondegenerate it is necessary and sufficient that $\det(a_{ij}) \neq 0$.

Доведення (proofs)

we have [*claim*]

We have $P(a) = \neg\left(\exists a\, \exists b\, (S(a,b) \to T(x))\right)$.

we obtain [*claim*]

We obtain $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$.

it follows that [*claim*]

It follows that the sequence $(*)$ is exact.

by assumption, [*claim*]

By assumption, the function ϕ is uniformly continuous.

using [*ref*]**, we obtain** [*claim*]

Using the Fubini theorem, we obtain $\iint_Q f(x,y)dS = \int_a^b(\int_c^d f(x,y)dy)dx$.

since [*claim*]**, it follows that** [*claim*]

Since the diagram $(*)$ is commutative and its rows are exact, it follows that $H^p(X,\mathbb{Z})$ is isomorphic to $H_{n-p}(X,\mathbb{Z})$.

it remains to prove that [*claim*]

It remains to prove that f is upper semi-continuous.

all the assumptions of [*ref*] **hold**

All the assumptions of Lemma 2 hold.

it is readily verified that [*claim*]

It is readily verified that M is a del Pezzo variety.

the proof is by induction on [*obj*]

The proof is by induction on the dimension n of $\mathbb{R}P^n$.

we argue by contradiction

assume the converse

this is a contradiction; the proof of [*ref*] **is complete**

This is a contradiction; the proof of the theorem is complete.

we will consider several cases

[*ref*] **is proved**

The main theorem (Theorem 3) is proved.

this concludes the proof of [*ref*]

This concludes the proof of the Reidemeister lemma.

Q.E.D.

* * *

Завдання 3.1. Для кожного шаблону, згаданого в цьому розділі, наведіть два приклади його використання — один з алгебри або аналізу, інший з геометрії або топології.Це — нескладні завдання, якщо ви добре обізнані з різними розділами математики

Завдання 3.2. Перекладіть англійською сторінку тексту (див. нижче) про неперервні відображення топологічних просторів, використовуючи *лише* наведені в перших двох розділах шаблони та вставні вирази і звертаючи особливу увагу на артиклі. Зважайте на те, що це важке завдання — для того щоб передати смисл цього тексту, використовуючи лише обмежений набір шаблонів, вимагається не так мовна культура, як математична: треба до кінця збагнути логіку математичного смислу тексту і перетворити викладене в логічно рівносильне, не боячись змінити порядок частин тексту и навіть порядок формул.

§ 1. Неперервні функції

1. Відображення топологічного простору X в топологічний простір Y називається *неперервним*, якщо прообраз будь-якої відкритої підмножини простору Y є відкритою підмножиною простору X. Рівносильна умова: прообрази замкнутих множин замкнуті.

Відображення $f\colon (X, A) \to (Y, B)$ називається *неперервним*, якщо неперервно відображення $\operatorname{abs} f\colon X \to Y$.

Корисне зауваження: відображення $f\colon X \to Y$ є неперервним, якщо прообрази відкритих множин деякої бази простору Y відкриті.

2. Очевидно, що, якщо відображення $f\colon X \to Y$ і $g\colon Y \to Z$ є неперервним, то і їхня композиція $g \circ f\colon X \to Z$ неперервна. Також зрозуміло, що тотожне відображення $\mathrm{id}_X\colon X \to X$ є неперервним для будь-якого простору X.

Із визначення відносної топології видно, що, якщо відображення $f\colon X \to Y$ є неперервним і A, B є такими множинами в X, Y, що $f(A) \subset B$, то і відображення $\operatorname{ab} f\colon A \to B$ є неперервним. Зокрема, звуження $f|_A\colon A \to Y$ неперервного відображення $f\colon X \to Y$ на будь-яку підмножину A простору X є неперервним. Наприклад, включення підпростору в простір є неперервним відображенням.

3. Зрозуміло, що, якщо Γ — фундаментальне покриття простору X, то з неперервності звужень $f|_A$ с $A \in \Gamma$ випливає неперервність відображення $f\colon X \to Y$. Рівносильне формулювання: нехай Γ — фундаментальне покриття простору X, і нехай для кожної множини $A \in \Gamma$ задано неперервне відображення $f_A\colon A \to Y$, і $f_A(x) = f_B(x)$, якщо $x \in A \cap B$ $(A, B \in \Gamma)$; тоді відображення, $f\colon X \to Y$, визначене формулою

$$f(x) = f_A(x) \quad \text{при } x \in A \ (A \in \Gamma),$$

є неперервним.

4. Неперервне відображення називається *відкритим*, якщо образи відкритих множин відкриті, *замкнутим*, якщо образи замкнутих множин замкнуті.

Очевидно, що композиція відкритих відображень відкрита, а композиція замкнутих відображень замкнута.

Розділ 4
Ing-ові конструкції, прислівники, артиклі

В цьому розділі ми продовжуємо вчитися урізноманітнювати наші виражальні засоби, для чого розглянемо ing-ові конструкції та прислівники, а наприкінці розділу знову повернемося до семантики артиклів.

4.1. Конструкції з ing

Ось кілька ing-ових шаблонів; вони зазвичай ставляться на початку фрази, але іноді з'являются і всередині (тоді неодмінно виділяються комами!):

using [*ref, obj*], **we obtain** [*claim*]
following [*ref*], **let us prove that** [*claim*]
setting [*claim1*] **in** [*ref*], **we obtain** [*claim2*]
putting [*claim1*] **in** [*ref*], **we can write** [*claim2*]
taking [*obj*] **for** [*obj*], **we can prove that** [*claim*]
identifying [*obj*] **with** [*obj*], **we obtain** [*claim*]
choosing [*obj*], **we can write** [*claim*]
gathering like terms in [*ref*], **we obtain** [*claim*]

4.2. Прислівники

Прислівники (adverbs) мало не завжди ставляться *перед* дієсловом (за винятком дієслова *is*). Ось прислівники, які в математичних текстах зустрічаються найчастіше:

easily	obviously	clearly	immediately	readily	always
usually	sometimes	never	directly	entirely	naturally
sufficiently	necessarily	additionally	partly		

Ось кілька типових прикладів їхнього використання:

> There **always** exists [a maximum of a continuous function on a compact set].
>
> [Lemma 2.3] **readily** implies [the theorem].
>
> We **obviously** have [$2 + 2 = 1 \pmod 3$].

We **sometimes** denote [the unimodular complex numbers] by [$\mathbb{S}^1$].

[The theorem] is **entirely** [proved].

[Using] [Eq. (2.3)], we **immediately** [obtain] [the lemma].

4.3. Пояснювальні фрази

В математичних текстах зустрічаються пояснювальні фрази, які нібито доповнюють семантику дієслова. Найчастіше зустрічаються такі вирази, як

after some manipulations	by direct calculation
from the induction hypothesis	by gathering like terms

Вони ставляться після дієслова або на початку фрази а іноді (не завжди!) виділяються комами. Приклади:

After some manipulations, we obtain Eq. (3.6).

Formula (2.3) is proved by direct calculations.

Gathering like terms, we obtain a system of linear equations.

4.4. Іменники стають прийменниками

В англійській мові іменник магічним чином перетворюються на прикметник (не змінюючи свого написання!), якщо його поставити перед іншим іменником. Ось кілька прикладів:

line segment, intersection point, Pascal line, vector space, identity transformation, box dimension, dimension theory, Möbius symbol, homology theory, Goodstein sequence, equivalence relation, cohomology group, path integral, Cauchy sequence, Fourier series.

На жаль, нема точного загального правила, коли такі перестановки робити можна, коли не можна, а коли можна як робити, так і не робити. Тут все залежить від **usage**. Наприклад, ніхто не говорить *group of cohomology* або *series of Fourier*, одначе всі говорять *range of a function* (і в грамотних текстах ви ніколи не зустрінете *function range*), натомість частою буде як *theory of relativity*, так і *relativity theory.*

4.5. Ще раз — детальніше — про артиклі

Як вже говорилося, в англійській мові існує *три* артиклі однини: **the, a** і *порожній артикль*, якого в текстах не видно (це порожній символ), а ми позначатимемо його значком $\square$. Артикль вказує на статус іменника, (об'єкта), який іде за ним, тобто на відношення (в даному контексті) цього слова до множини всіх об'єктів з тою ж назвою. Важливо розуміти, що артикль визначається не самим іменником, а смислом іменника *в даному контексті.*

• Артикль **the** означає, що іменник, який стоїть за ним, було раніше зафіксовано, або що в даному контексті цей іменник є однозначно визначеним елементом множини об'єктів з тою ж назвою (таким чином, артикль **the** має два різні смисли).

• Артикль **a** означає, що іменник після нього, є не зафіксованим раніше елементом множини об'єктів з тою ж назвою.

• Порожній артикль $\square$ означає, що іменник, який стоїть «за ним» є єдиним елементом одноелементної множини об'єктів з такими назвами; такими іменниками є власні назви, назви наук або розділів математики, а також атрибути (наприклад, ступінь полінома, порядок рівняння, радіус кола).

Ці формальні пояснення можна виразити набагато простіше в вигляді наступних правил:

I. **the** означає, що це *той самий*, тобто *згаданий раніше*, або *єдиний такий*;

II. **a** означає, що це *деякий*, *один з таких*;

III. $\square$ означає, що це *єдиний свого роду*, *унікум.*

Пояснимо, як використовуються ці правила, на прикладі тексту з математичної фізики.

> Let M be **a** (*деяке*) 3-manifold. Let $k\colon \mathbb{S}^1 \hookrightarrow M$ be **a** (*деяке*) smooth embedding. Then **the** (*єдине таке, оскільки M и k були раніше зафіксовані*) set $k(\mathbb{S}^1)$ is called **a** (*один з*) knot in **the** (*те саме*) manifold M or **a** (*одна з*) Wilson line. For any knot in **a** (*деяким*) 3-manifold, $\square$ Witten (*унікум — власне і'мя*) defined **an** (*один з*) isotopy invariant, now known as **the** (*єдиний такий*) Jones–Witten number of **the** (*згаданий раніше*) knot. When **the** (*згадане раніше*) manifold M is **the** (*єдина така*) 3-sphere, **the** (*згадане раніше*) Jones–Witten number is equal to **the** (*єдине таке*) value of **the** (*єдина така*) Jones polynomial of $\square$ (*атрибут*) degree n.

Для правильного вибору артиклів треба не лише розуміти їхній смисл, але й розумітися в математиці. Так, при перекладі фрази

Нехай G — група порядку 4

будь-який англомовний математик поставить артикль **a** перед словом *group*, бо знає, що є дві неізоморфні групи 4-го порядку (а G — одна з них). А якщо в цій фразі замінити 4 на 5, то буде потрібен артикль **the** — сподіваюся, читач розуміє чому саме.

Перейдемо до артиклів множини. їх два, а саме: **the** и множинний невизначений артикль, який «виражається» порожнім символом (позначатимемо його символом $\square^*$). Вони використовуються згідно з правилами:

IV. **the** означає, що це *всі*, *всі такі*, або *весь список таких*;

V. $\square^*$ означає, що це *якісь*, *деякі з таких*.

Щодо правила IV варто відзначити, що артикль **the** ставиться тоді, коли ми хочемо *підкреслити*, що розглядаються *всі такі*, а, якщо нема такої потреби (скажімо, якщо це зрозуміло з контексту), то **the** ставити не варто (див. останній приклад в розділі 4.6 нижче).

Ось приклади.

> We will consider only $\square^*$ (*деякі*) associative rings. **The** (*усі*) rings that we shall study will appear in $\square^*$ (*у деяких*) exact sequences.

4.6. Тонка семантика артиклів

Цей розділ можна пропустити при першому читанні: він для тих, хто добре вміє обирати артиклі в простих (однозначних) ситуаціях, описаних вище.

Ми вже говорили, що правила I–V не варто сприймати як повну і несуперечливу систему аксіом для вибору артиклів: бувають ситуації, коли водночас можна застосовувати два чи навіть три з цих правил, і кожне правило вимагає обирати свій артикль (тобто правила суперечать одне одному). Найчастіше в таких ситуаціях смислове навантаження іменника, яке залежить від вибору артикля, не дуже то й залежить від цього вибору — йдеться про нюанси смислу.

Ось приклади з артиклями однини (правила I, II, III).

> Let M be a manifold with **a** (*з деякою*) boundary.
> Let M be a manifold with $\square$ (*атрибут*) boundary.
> Let M be a manifold with **the** (*з єдиною такою*) boundary ∂M.

Ці три фрази дуже близькі по смислу, перекладаються однаково: «Нехай M — многовид з краєм». Дуже близькі по смислу й дві наступні фрази.

Using □ (*Назва науки*) Bass–Serre theory, we will...
Using **the** (*єдину таку*) Bass–Serre theory, we will...

Остання з цих фраз має такий самий смисл, як і фраза

Using **the** (*єдину таку*) theory of Bass–Serre, we will...

І тут всі три фрази перекладаються однаково.

Ще варто відзначити ті випадки, коли на практиці більшість англомовних математиків (які, зрозуміло, не знають ніяких «правил вибору артиклів») обирають не той артикль, який диктується правилами IV и V. Так, у фразі

The space X/G of the orbits is compact

більшість пропустить друге **the**, не зважаючи на те, що X/G — це простір *всіх* орбіт. (Звичайно, тут можна було б сказати, що слово *orbit* — атрибут у висловлюванні *space of orbits*, але таке потрактування є штучним.) Такий вибір частково пов'язаний з тим, що природніше формулювати це твердження простіше, а саме:

The orbit space X/G is compact.

При цьому питання, всі чи це всі орбіти, вже не виникає.

Аналогічно в перекладі фрази «Розглянемо поле n-х коренів з одиниці» перед словами *n-th roots of unity* можна поставити артикль **the**, але більшість математиків, носіїв англійської мови, не поставлять ніякого артиклю: їм і без того зрозуміло, що йдеться про *всі* корені з одиниці (інакше не йтиметься про поле!), і нема потреби на цьому наголошувати.

* * *

Завдання 4.1. Поставте артиклі замість крапок (the, a, an[1], □, □*) тексті на наступній сторінці.

> 8.1.2. *Affine transformations.* ..... transformation of $\overline{\mathbb{C}}$ onto itself of ..... form $z \mapsto az + b$, $\infty \mapsto \infty$, where $a, b \in \mathbb{C}$ and $a \neq 0$, is called *affine*. In particular, if $a = 1$, then ..... corresponding affine transformation is ..... parallel translation (by ..... vector OB, where B is ..... point of ..... complex plane corresponding to ..... complex number b).

[1] Часто говорять, що артикль *a* заміняється на *an*, коли наступне слово починається з голосної; це неточно: *a* заміняється на *an*, коли наступне слово починається з голосного *звуку*. Наприклад, треба *an n-dimensional space*, а не *a n-dimensional space*, *a unified approach*, а не *an unified approach*.

8.1.3. THEOREM. *Affine transformations take ..... straight lines to ..... straight lines, ... circles to ..... circles, and preserve ..... angles and ..... cross ratios.*

Proof. Denoting $a = re^{i\varphi}$, $r > 0$, we can write

$$z \mapsto e^{i\varphi}z \mapsto r(e^{i\varphi}z) \mapsto (re^{i\varphi}z) + b = az + b,$$

which shows that any affine transformation is ..... composition of ..... rotation (by ..... angle φ), ... homothety (with coefficient r), and ..... parallel translation (by ..... vector b). This implies the theorem, because ..... rotations, ... homotheties, and ..... translations obviously possess all four of the properties asserted by ..... theorem. The least obvious of these facts is that ..... homotheties preserve ..... cross ratio, but this follows immediately from ..... fact that homothety in ..... plane of ..... complex variable is multiplication by ..... real number (which will cancel out in each of ..... fractions of ..... cross ratio).

8.1.4. *Linear-fractional transformations.* ..... transformation of $\overline{\mathbb{C}}$ given on $\mathbb{C} \setminus \{-d/c\}$ by

$$z \mapsto \frac{az+b}{cz+d}, \quad \text{where } ac - bd \neq 0, \tag{8.2}$$

which takes ..... point $-d/c$ to ∞ and ∞ to a/c is called *linear-fractional.*

..... set of all linear-fractional transformations forms ..... group, called ..... *Möbius group* and denoted by Möb.

Indeed, the fact that ..... composition of two linear-fractional transformations is ..... linear-fractional transformation can be shown as follows: substitute $(a_1z + b_1)/(c_1z + d_1)$ for z in ..... expression $(az + b)/(cz + d)$, which yields (after some manipulations)

$$\frac{(aa_1 + bc_1)z + (ab_1 + bd_1)}{(ca_1 + dc_1)z + (cb_1 + dd_1)}; \tag{8.3}$$

but this expression is of ..... same form as (8.2), so ..... composition is indeed linear-fractional.

Розділ 5
Тексти з базової математики

С формальної точки зору сучасна математика базується на теорії множин (аксіоматика Цермело — Френкеля), а також на логіці (числення предикатів) і на арифметиці (аксіоми Пеано). Одначе, практика є далекою від цих засад, і з мовної точки зору можна сказати, що сучасні математичні тексти базуються на «наївній теорії множин», на «неформальній арифметиці» і на «неформальній логіці». Цей розділ присвячено конструкціям, якими користуються в цих трьох ситуаціях. Наприкінці розділу ми зупинимося на сполучниках і прийменниках, щоб зрозуміти, коли ті або інші «сполучні слівця» (links) використовуються в математичних текстах.

5.1. Наївна теорія множин

Ось як передаються англійською основні символи теорії множин:

$x \in X$	x belongs to X
$X \ni x$	X contains the element x
$A \subset B$	A is contained in B
$B \supset A$	B contains A
$A \cap B = \ldots$	the intersection of A and B is $\ldots$
$A \cup B = \ldots$	the union of A and B is $\ldots$
$A \sqcup B = \ldots$	the disjoint union of A and B is $\ldots$
$\big\{x \in X \mid \mathcal{P}(x)\big\}$	the set of all x in X such that $\mathcal{P}(x)$ holds
$\bigcup\limits_{i=1}^{n} X_i \ \Big(\bigcap\limits_{i=1}^{n} X_i\Big)$	the union (intersection) of all X_i from 1 to n

5.2. Неформальна арифметика

Тут під арифметикою ми розуміємо не лише теорію чисел ($\mathbb{N}$), але й інші розділи математики, де йдеться про чотири арифметичні операції, як, наприклад, теорію дійсних чисел або теорію кілець, полів і груп.

Ось пов'язані з цим основні терміни:

$A + B$	A plus B; sum of A and B
$A - B$	A minus B; difference between A and B
$A \times B$ або $A \cdot B$	A times B; product of A and B
$A = B$	A equals B; A is equal to B
A/B	A over B; ratio of A and B
(X, Y)	the pair (X, Y)
$(X_1, \ldots, X_n)$	the n-tuple (або the string) $(X_1, \ldots, X_n)$
$\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$	residues modulo n
$k \equiv l \mod n$	k equals l modulo n

Нагадаємо також, що дріб — це *fraction*, а її чисельник і знаменник — це *numerator* і *denominator* відповідно. Далі, права (ліва) частини відношення рівності — це *right-hand* (*left-hand*) *side*.

В теорії чисел, та й в математиці загалом, часто застосовується принцип математичної індукції. Ось кілька поширених шаблонів.

we will prove [*ref*] **by induction on** n

the proof is by induction on n

to establish the base of induction, we must show that [*claim*]

the base of induction follows from [*ref*]

now let us perform the induction step

by the induction hypotethis, we have [*claim*]

we have shown that [*claim*]**, therefore** [*ref*] **follows by induction**.

5.3. Неформальна логіка

Ми вже бачили, як читаються ті або інші логічні символи:

& або $\wedge$	**and**
$\vee$	**or**
$\neg\mathcal{P}$	**not** $\mathcal{P}$ або **the negation of** $\mathcal{P}$
$\to$ або $\Rightarrow$	**implies (that)**
$\forall$	**for all**
$\exists$	**there exists**

При міркуванні від супротивного послуговуються наступними зворотами:

We argue by contradiction; suppose that [*claim*].

The proof is by *reductio ad absurdum*; **suppose that** [*claim*].

Assume the converse; then [*claim*].

We have arrived at a contradiction; [*ref*] **is proved**.

Contradiction; [*ref*] **is proved**.

Звичайний логічний прийом при доведеннях — розбирання випадків — долається з допомогою наступних шаблонів:

Let us consider several cases.
Case 1 [*claim1*] (далі розбирання першого випадку)
Case 2 [*claim2*] (далі розбирання другого випадку), тощо.

In the proof, we consider two (three, four, . . .) cases . . .

В математичній логіці, як і в усій математиці, можна робити заміну змінних; в логіці це одне з правил висновку, що позначається спеціальним символом. В звичайній (не у формальній) математиці в таких випадках користуються наступними шаблонами:

Substitute [*obj1*] **for** [*obj2*] **in** [*ref*]

Substituting [*obj1*] **for** [*obj2*] **in** [*ref*]**, we obtain** [*claim*]

Replace [*obj2*] **by** [*obj1*] **in** [*ref*]

Replacing [*obj2*] **by** [*obj1*] **in** [*ref***, we obtain** [*claim*]

Зверніть увагу на те, що в перших двох шаблонах замінювана змінна [*obj2*] стоїть другою, а замінююча [*obj1*] — першою, тоді як в третьому й четвертому шаблоні — навпаки.

5.4. Сполучники и прийменники

Наведемо кілька поширених прикладів застосування «сполучних слівець» (links) *of, to, in, by, as, for, with, from, under* та інших, які в англійській мові виконують функцію відмінків, сполучників і прийменників в синтетичних мовах.

at the point x	в точці x
replace x **by** y	замінити x на y
substitute y **for** x	замінити x на y
change x **to** y	замінити x на y
x belongs **to** X	x належить X
X depends **on** a	X залежить від a
X is independent **of** a	X не залежить від a
vector field **on** M^n	векторне поле на M^n
a_n tends **to** A **as** $n \to \infty$	a_n прямує до A якщо $n \to \infty$
extend f **to** X	продовжити f на X
restrict f **to** A	обмежити f на A
f ranges **over** X	f пробігає X
under the map f	при відображенні f
polynomial **in** x	поліном відносно x
function **of** the variable x	функція змінної x
system **of** equations	система рівнянь

Розширений список таких шаблонів наводиться в додатку II.

* * *

Завдання 5.1. Напишіть короткий текст (300–400 слів) з визначеннями векторного простору, базису, суми підпросторів, лінійних операторів. Стежте, як правильно вживати артиклі, не забувайте різноманітити текст вставними та пояснювальними реченнями та прислівниками.

Розділ 6
Тексти з формулами, геометрія; займенники

В цьому розділі зупинимося на двох (в деякому сенсі стилістично протилежних) типах текстів — на текстах з великою кількістю винесених формул і текстах з геометрії. Поговоримо також про займенники.

6.1. Тексти з великою кількістю формул

В текстах з аналізу, особливо з диференційних рівнянь, зазвичай, міститься багато винесених формул и мало слів між ними. Такі тексти зустрічаються іноді і в алгебрі, в комбінаториці, в алгебраїчній топології. Найчастіше в них зустрічаються вирази:

we have	we obtain	we see that	we can write	
this implies	we find that	it follows that	we conclude that	we get

після яких ставиться винесена формула. (Останнє висловлювання — *we get* — доречне в усному мовленні, але його варто уникати у формальних математичних текстах.) Перед формулами також використовуються вставні слова і висловлювання, найчастіше наступні:

hence therefore, so, thus, consequently, further,

Зверніть увагу на те, що після *hence* ми не поставили кому, а після решти вставних слів — поставили (саме так зазвичай роблять в добрих математичних текстах, хоча й не завжди — ми вже відзначали, що жорстких правил пунктуації в англійській мові нема).

В текстах з великою кількістю винесених формул послуговуються шаблонами з ing-овими конструкціями, наприклад

Using [*ref*]**, we see that** ...

Substituting [*obj*] **into** [*ref*]**, we obtain** ...

Setting [*claim*] **in** [*ref*]**, we obtain** ...

Integrating by parts, we find that ...

Дуже популярним є зворот

since [*claims*]**, it follows that** [*claims*];

тут після **since** ми поставили слово *claims* в множині тому, що найчастіше цим зворотом послуговуються, коли перераховують *кілька* тверджень перед **it follows that**. В текстах з великою кількістю формул нерідко трапляються й коротші шаблони:

[*ref*] **implies that** [*claim*];

[*ref*] **yields** [*ref* або *claim*].

В елементарному аналізі (calculus) структура тексту зовсім інша, в таких текстах використовуються здебільшого базові звороти (див. розділ 1.4), а також кілька специфічних зворотів, які ми проілюструємо конкретними прикладами:

> $F(x)$ tends to A as x tends to 0.
>
> The slope of the tangent $F(x)$ at the point x_0 is $F'(x_0)$.
>
> Subdivide the closed interval $[a, b]$ into smaller intervals $[a, a_1]$, $[a_1, a_2]$, ..., $[a_n, b]$ and choose a point $\xi_i \in [a_{i-1}, a_i]$ in each.

А ось кілька висловлювань, які не виходять в результаті послівного перекладу відповідних українських слів:

implicit function theorem	chain rule
closed (open) interval	n-th term (of a series)
least upper bound (or supremum)	jump discontinuity
greatest lower bound (or infimum)	power series

6.2. Елементарна геометрія

Особливий стиль текстів з елементарної геометрії пов'язаний з традиційним ставленням до геометрії, яке збереглося від часів Евкліда. Для давніх греків геометрія була лише одна, і стереометрія була, власне, фізикою простору навколо нас. Тому в текстах з елементарної геометрії вислів *in space* пишеться без артиклю — адже простір один, множина всіх просторів (з точки зору Евкліда) складається з одного елементу, це унікум. Коли йдеться про планіметрію, говорять *on the plane*, тут артикль **the** говорить про те, що розглядається та сама площина, в якій розвивається вся планіметрія. Варто відзначити, що використання прийменника **in** у випадку простору і **on** у випадку площини теж пов'язано з їхнім фізичним сприйняттям.

Одначе стилістична відмінність елементарної геометрії від решти математичних текстів набагато глибша, ніж при обранні артиклів до слів площина і простір. Артиклі, зазвичай, не ставляться перед іншими геометричними термінами, наприклад:

Altitude AH of triangle ABC divides side BC in the ratio $2:3$.

Тут пропущені артиклі перед словами *triangle, side* та *altitude*. (Втім, артикль **The** перед *altitude* на початку фрази можна і поставити — так звучатиме краще.) Відсутність цих артиклів можна пояснити, виходячи з філософії світу ідей Платона. Так, трикутник загального виду — це унікальний ідеальний об'єкт, який ширяє в платонівському світі ідей, і коли ми доводимо теорему про такий трикутник, ми доводимо її про цю сутність, а не про її матеріальні реалізації, а сутність загального трикутника єдина й неповторна, як і сутність висоти трикутника. Про це химерне філософське пояснення можна й забути, але варто пам'ятати про те, що артиклі в таких випадках не ставляться.

Тепер перерахуємо кілька часто вживаних описів геометричних образів, щоб зафіксувати їх і запам'ятати потрібні для цього прийменники.

the straight line passing through (the) points A and B

the line joining (the) points A and B

Тут і нижче артикль в дужках ставиться лише в тому випадку, коли відповідні об'єкти (в даному випадку *points*) були згадані раніше. Іменник «пряма» іноді перекладається висловом *straight line*, але прикметник *straight* часто пропускається; і, якщо в доведенні чи конструкції слово «пряма» повторюється кілька разів, то вперше варто написати *straight line*, а далі просто *line*.

the circle of radius r centered at O

the parallel to l passing through A

the intersection point of (the) lines l and m

the lines l and m intersect at (можна и in) the point A

the rotation by 90° about (або around) O

the homotethy of center O and coefficient (або ratio) t

the parallel translation (або shift) by a (the) vector $\vec{v}$

6.3. Сучасна геометрія й топологія

Здебільшого, сучасні геометричні і топологічні тексти послуговуються тими зворотами, які ми вже зустрічали раніше (зокрема, в розділі 1.4). З точки зору термінології, ті самі слова (терміни) можна знайти в топологічних та геометричних текстах, тому ми тут об'єднуємо ці дві науки. Ось кілька специфічних термінів, які можуть стати проблемними в україномовних математиків.

Багато різних версій перекладів (що залежить від контексту) мають терміни «пучок» і «розшарування»; так:

пучок сфер (розшарування Хопфа) — sphere bundle
тензорний пучок (тензорне розшарування) — tensor bundle
дотичний пучок (т. е. дотичне розшарування) — tangent bundle
пучок електронів — electron beam
пучок світла — beam of light
пучок прямих (в проективному просторі) — pencil of lines
розшарування Хопфа — Hopf bundle або Hopf fibration
розшарування в смислі Серра — Serre fibration
локально-тривіальне розшарування — fiber bundle
векторне розшарування — vector bundle
локально вільний пучок — locally free sheaf

Багато різних значень має й слово «зв'язність» (знов-таки, в залежності від контексту), наприклад:

лінійна зв'язність — path connectedness
зв'язність (топологічного) простору — connectedness of a (topological) space
компонента зв'язності — connectivity component
афінна зв'язність — affine connection

Слово «плівка» перекладається як *film* в теорії мінімальних поверхонь, але в теорії гомологій цього терміну нема, і зручний вираз «плівка, натягнена на цикл c» доводиться перекладати як *chain whose boundary is the cycle c*.

В англійській мові слово *boundary* має два абсолютно різних значення (в загальній топології і в топології многовидів):

manifold with boundary — многовид з краєм
boundary of a domain in $\mathbb{R}^n$ — границя області в $\mathbb{R}^n$
boundary point — гранична точка, точка краю (в залежності від контексту)

Україномовні математики часто помиляються, перекладаючи деякі геометрико-топологічні терміни, зокрема:

слово «карта» (на многовиді) перекладають як *map* замість правильного *chart*;

слово «букет» перекладають як *bouquet* замість вживаного частіше *wedge sum*;

слово «оснащення» перекладають як *rigging* замість правильного *framing*;

вислів «фактор простір» перекладають як *factor space* замість правильного *quotient space.*

На закінчення цього розділу наведемо кілька специфічних геометрико-топологічних шаблонів.

attach [*obj1*] **to** [*obj2*] **by** [*obj3*]

cut [*obj1*] **along** [*obj2*]

glue [*objs*] **along their boundaries**

partition [*obj*] **into** [*objs*]
(тут *partition* — це дієслово, яке означає «розбити»)

the [*obj1*] **spans** [*obj2*]
(тут *spans* означає «натягнуто на»)

the [*obj1*] **defines a metric on** [*obj2*]

6.4. Займенники

В англійській мові є багато різновидів займенників (pronouns), але, вони, зазвичай, перекладаються своїми словниковими еквівалентами. Але й тут є чимало тонкощів: ми вже говорили про **which** и **that** (про коми при них див. підрозділ 2.3 розділу 2), а зараз поговоримо про **this** та **it**.

Можна сформулювати таке правило використання цих займенників:

> Займенник **it** стоїть на місці математичного *об'єкту*, а **this** стоїть на місці *твердження.*

Ось два приклади:

> We have obtained the Euler gamma function; **it** often appears in number theory...

> Thus we have proved that the expression in formula (1) gives the Euler gamma function; **this** fact can be used in number theory...

В цих фразах не можна замінити **it** на **this** або **this** на **it**. Втім, в першій фразі без смислових втрат **it** можна замінити на this function. Також зазначимо, що **it** в математичних фразах не обов'язково стає на місце об'єкту, цей займенник з'являється в зовсім іншій якості в таких поширених виразах, як

it is not true that   або   it can be shown that.

6.5. Сполучники

Сполучників в англійській мові дуже багато, але іноді їх бракує для перекладу. Так, сполучники «притому» і «при цьому» не мають адекватних англійських аналогів. Україномовні перекладачі, зазвичай, їх перекладають як *furthermore* або *moreover*, що змінює смисл (при зворотному перекладі вийде «більше того»). Найкраще рішення — поставити крапку з комою і потім слово **here**.

Нема точного перекладу й сполучника «а», доводиться писати **but** (занадто сильно), **and** (занадто слабо), **while** або **whereas** (занадто незграбно).

В інших випадках, зазвичай, можна обходитися словниковими еквівалентами. Крім того, варто звернути увагу на «парні сполучники» (correlative conjunctions):

either — or   **neither — nor**   **both — and**   **not only — but also**

аналоги яких в українській мові не відтворюються словниковим перекладом кожного сполучника пари. В англійських математичних текстах вони використовуються досить часто і надають англійській фразі логічної елегантності.

* * *

Завдання 6.1. Напишіть короткий текст (300–400 слів) з топології, геометрії або елементарної геометрії, використовуючи звороти наведені в цьому розділі, зокрема *not only ..., but also* и *since ..., it follows that*; нехай у вашому тексті буде якнайбільше займенників і сполучників, кілька ing-ових зворотів і будь-які слова й звороти з числа, наведених вище, до яких ви не звикли.

Розділ 7
Прикладна математика

Андрєй Колмогоров говорив автору, що нема такої науки — прикладна математика, є лише застосування математики. На лінгвістичному рівні це виражається в тому, що в застосунках використовуються, здебільшого, ті самі звороти (шаблони), що й в звичайній математиці. При цьому, звичайно, запас термінів розширюється за рахунок слів, взятих з тої предметної області, до якої дана математика застосовується.

Тим не менш є особливі області, в яких виникає певна мовна специфіка, яка стосується не лише лексики, але й структури фраз. Це в першу чергу стосується теорії ймовірностей і математичної статистики, а також теорії інформації, кодування та криптографії, теорії алгоритмів і складності. Зазначимо, що ми не розглядаємо фізику та інформатику (computer science) як застосування математики — вважаємо, що це самостійні дисципліни, і в цій книзі про них не йдеться.

В цьому короткому розділі наводимо для кожної з цих областей, кілька прикладів специфічних зворотів.

7.1. Ймовірність і статистика

Теорія ймовірностей стала частиною математики, (а саме, розділом теорії міри), коли А. Колмогоров поставив її на аксіоматичний фундамент. (До того такі науковці, як Пуанкаре, який вказував на порочне коло в самому визначенні ймовірності події, взагалі не вважали її справжньою наукою.) Таким чином, велика частина сучасних статей і книг із теорії ймовірностей і статистики в мовному відношенні мало чим відрізняються від інших розділів аналізу. Одначе, ряд конструкцій, пов'язаних із киданням монет, а також із вибором представників з деякої сукупності, не можна виразити з допомогою наших основних шаблонів. Наведемо кілька прикладів відповідних шаблонів.

A pair of dice is rolled [three times]**; what is the probability** [that a total of 13 dots or less] **turned up?**

A die was thrown [7 times]**; what is the probability that it came up** [with six dots exactly once]**?**

A coin is tossed [4 times]**; what are the chances that the result will be** [heads–tails–tails–heads]**?**

A coin came up [heads 72 times in a row]**; what is the probability that** [it is not a fair coin]**?**

A box contains [25 red balls and 32 blue ones]**;** [six balls] **are taken out without replacement; what are the chances that** [three or more] **are red?**

A sample of [five TV sets] **was randomly chosen from a shipment of** [500 TV sets]**, and** [one of the sets] **turned out to be defective; can we conclude that the probability of** [a TV set] **from that shipment being defective is** [more than 5 %]**?**

A representative sample of [the population of New York] **must contain** [at least 2000 people]**.**

7.2. Теорія інформації

Тут більшість специфічних зворотів пов'язано з передачею або зі стисканням інформації. Наприклад:

[A 10 digit binary number] **is sent through** [a channel with white noise]**.**

[Entropy] **quantifies** [the amount of uncertainty involved in the value of a random variable]**.**

[The data] **must be reconstructed** [exactly]**.**

[Data compression] **allocates** [bits needed to reconstruct the data]**.**

[The rate of a source of information] **is related to** [how well it can be compressed]**.**

[It is always possible to] **transmit with** [arbitrarily small block error]**.**

7.3. Кодування і криптографія

Класична теорія кодування, яка базується на алгебраїчній геометрії над скінченним полем, використовує звичайні математичні шаблони, але, коли йдеться про криптографічні додатки, з'являются і деякі специфічні звороти. Частина з них наводиться в попередньому розділі, але є й інші приклади.

[Codes using the one-time pad] **are not vulnerable to** [such brute force attacks]**.**

[How many pennies] **can be packed** [into a circle on a tabletop]**.**

[These codes] **offer more protection against** [noise] **than** [an equivalent block code]**.**

[Such algorithms] **are hard to break** [by any adversary]**.**

[These secure schemes] **cannot be broken** [even with unlimited computing power]**.**

7.4. Алгоритми та складність

Основні заперечні результати теорії алгоритмів (наявність нерозв'язаних масових проблем) — це природні продовження результатів з математичної логіки, алгебри, топології, і тому вони не вимагають спеціальних зворотів. Одначе, відтоді, як в цій тематиці з'явились оракули, не кажучи вже про самого Мерліна, справа ускладнилась. Ось приклади.

[This type of random oracle] **produces** [a bit string of infinite length]**.**

How should [Merlin] **convince** [King Arthur] **that** [the given string] **belongs to** [the language L]**?**

If [the oracle] **plays optimally, then** [his winning chance $W(x)$] **depends on** [the string x only]**.**

[Merlin] **feeds** [the string x] **into** [a Turing machine]**.**

7.5. Інші застосунки

І в інших прикладних областях теж можна знайти специфічні звороти. Виходячи з того принципу, що не можна за один раз охопити все, ми завершуємо цей розділ, а читач нехай продовжує пошук таких зворотів в роботах за його спеціальністю.

* * *

Завдання 7.1. Погортайте кілька статей по вашій спеціальності й випишіть кілька зворотів, які не вкладаються в основні шаблони, наведені вище.

Розділ 8
Навколоматематичні тексти

В цьому розділі йтиметься не про математичні тексти (типу визначення, теорема, доведення), а про тексти *про* математику — різного роду розмови про те, що робитимемо, як і чому, навіщо це потрібно, що було раніше, хто і коли це вигадав, тощо. Згідно з термінологією математичної логіки, можна сказати, що замість математики займатимемося *метаматематикою*. Такі тексти є ближчими до гуманітарних і послуговуються величезною кількістю різноманітних зворотів — перерахувати їх усіх неможливо. Але ми спробуємо навести деякий мінімальний набір найпоширеніших шаблонів, розбивши їх за їхніми службовими функціями в тексті, тобто на звороти, які зустрічаються в анотаціях (8.1), в передмовах і вступах (8.2), в нотатках і коментарях (8.3) і, нарешті, в подяках (8.4).

При створенні текстів такого типу треба пам'ятати, що, як і в математичних текстах, послівний переклад висловлювань та ідіом призводить до катастрофічних результатів.

В цьому розділі ми наводитимемо шаблони не в звичайному вигляді (тобто у вигляді тексту зі змінними полями із вказівками типу змінного поля, в квадратних дужках), але у вигляді звичайного тексту з різними варіантами (варіанти у фігурних дужках), а на місцях змінних полів ми вписуватимемо не назви типу змінної, а конкретні приклади заповнення даного змінного поля.

8.1. Анотації

Найчастіше в анотаціях (abstract) до статей використовуються наступні звороти.

In this [paper]**, we prove** {**study, construct, develop, consider, survey, generalize**} [the main facts of TQFT].

This [article] **is devoted to** {**deals with, is concerned with, describes**} [a new approach to thermodynamics].

In the present article [polynomial knot invariants] **are defined** {**generalized, studied, considered**}.

In the second {third, ...} part of [this survey]**, we develop** [the theory of ...].

8.2. Передмови і вступи

В передмові (foreword або preface) до книги і у вступі (introduction) до статті або до розділу книги можна обмежитися такими характерними зворотами.

This [paper] **is an introduction to {a systematic study of}** [the Painlevé equations].

This [book] **introduces** [the notion of ...] **and develops** [new methods ...].

In this [survey]**, we study** [recent results in analytic number theory] **as well as** [...].

The purpose of [this chapter] **is to** [study the ...].

This [book] **is based on the lectures on** [Banach spaces] **that the author gave at** [MIT] **in** [1999].

This [survey article] **was written while the author was** [an invited professor at ...].

An important feature of this [chapter] **is** [the systematic use of Lie algebras].

I have tried to make this [paper] **self-contained**.

Prerequisites for reading this [book] **are** [basic linear algebra and ...].

The [book] **contains many problems {has two appendices} and** [...].

The origin of [topology] **lies in the work of** [Poincaré, Riemann, ...].

[Complex analysis] **was developed in {acquired its modern form in} the seminal work of** [...].

[This] **will be the object of another publication.**

We will study [the general case] **in subsequent publications**.

[Here the proofs] **are at the physical level of rigor.**

The paper is organized as follows. In Section 1, we. . . .

8.3. Коментарі й зауваження

Коментарі й зауваження (remarks) в статтях і книгах можуть бути найрізноманітнішими, вони можуть містити звороти, наведені вище в цьому розділі, а також наступні конструкції.

It was [Emil Artin] **who first** [defined the braid group].

[This proof] **first appeared in** [the remarkable work of ...].

There are several proofs of [...]

Our approach to [this problem] **follows the work of** [...].

We don't know who invented {**first proved**} [this theorem].

Our treatment of [this subject] **is based on** [...].

[The computation of areas] **goes back to** [the Ancient Greeks].

The first substantial achievement in [the theory of integral equations] **is due to** [von Neumann]**, who** [first showed that ...].

[This] **was known to mathematicians since the time of** [Gauss].

[These results] **were immediately noticed by** [Hermite]**, who** [...].

[Functional analysis] **has many applications, in particular to** [...].

[Our proof] **follows the seminal paper by** [Gelfand and Graev].

[This theorem] **is the main connection between** [...] **and** [...].

[The Temperley–Lieb algebra] **is a main ingredient of** {**is a classical object in**} [...].

The following problem {**This problem**} **remains open.**

8.4. Дякування

А ось типові дякування, (acknowledgments), як фізичним особам, так і організаціям — грантодавцям, інститутам, університетам.

I am grateful to [my research advisor professor Ivanov] **for setting the problem and valuable discussions.**

I would like to thank [Ivan Ivanov] **for valuable advice** {**for supplying the proof of** [Lemma 7.1]}.

I am grateful to [prof. Petrov]**, who read the first draft of** [this paper] **and pointed out several errors.**

My thanks go to [Professor Sidorov]**, who indicated** [. . .].

Part of this work was carried out when the author [was a visiting professor at the IHES]; **I am grateful for the hospitality and the excellent working conditions.**

This research was partially supported by [the RFBR grant No. . . .].

[The authors] **acknowledge the support of** [the NSF grant #. . .].

[The first-named author] **was supported by** [. . .].

* * *

Завдання 8.1. Уявіть собі, що ви маєте терміново написати статтю на основі вашої роботи, придумайте її назву, напишіть анотацію, вступ і подяки.

Розділ 9
Доповіді і лекції

Математику, який погано володіє англійською мовою, виступати на міжнародних конференціях важко. Ще важче, особливо вперше, читати курс лекцій в якому=небудь американському університеті студентам, які мало знають, нічого не вміють, хіба що чіплятися до викладача.

В цьому розділі автор намагається пояснити читачеві, як подолати такі труднощі.

9.1. Дошка і крейда, дошка і проектор або презентація?

Більшість математиків віддає перевагу класичним доповідям — крейдою по дошці. Такі доповіді простіше слухати, їх можна конспектувати. Одначе, це не означає, що вам треба робити саме такі доповіді.

Якщо у вас з англійською справи зовсім кепські — жахливий акцент, бідний вокабуляр, погана звичка будувати фрази шляхом послівного перекладу — і ви до початку доповіді не встигаєте опрацювати цю книгу, то у вас є лише один вихід — зробити презентацію в одній з версій PowerPoint або за допомоги LaTeX'а. Текст має складатися з простих коротких фраз. Необхідно буде попросити колегу, який добре говорить англійською, відредагувати ваш текст. Ніяк не можна прокручувати презентацію сторінка за сторінкою, щоразу при натисканні кнопки має з'являтися лише одна коротка фраза, одна формула або один рисунок. Бажано, щоб літери були великі; не бійтесь виділяти кольором окремі слова і фрази, ставити слова та формули в рамки і т. п. Під час показу, коли ви проектуєте чергову фразу на екран, має сенс її промовляти, але не конче голосно (щоб не заважати слухачам читати текст, який з'являється); не варто читати формули, натомість варто голосно вимовити стандартну фразу типу

We obtain the equation   або   We have the relation.

Не варто вдаватися винятково до дошки й крейди і в тих випадках, коли у вашій доповіді присутні громіздкі формули або складні рисунки. Якщо ви здатні стерпно говорити про математику англійською, то варто в паузах між розповідями біля дошки підключати проектор для показу складних формул або рисунків. На дошці слід виписувати основні формулювання із використанням логічних значків ($\forall$, $\exists$, $\to$, $\vee$, &) і стандартних скорочень типу Thrm, Def., Lm., s.t., w.r.t., iff, Eq., і т. п.). Ні в якому разі не варто писати на дошці такі непотрібні фрази, як *We need the following lemma* (достатньо написати *Lemma* або *Lm.*) або *Let us begin with definitions* (напишіть *Def.* 1).

9.2. Практичні поради

Найкраще зробити коротку вступну частину доповіді й відразу перейти до суті. Доповіді, зазвичай, починають зі стандартної фрази

I am grateful to the organizers for the invitation

і, якщо ви розповідаєте про спільну роботу, добре це відразу озвучити, сказавши This is joint work with..., і написати ініціали й прізвища співавторів в алфавітному порядку, додавши наприкінці свої ініціали, наприклад, так:

S. Avvakumov, O. Karpenkov, A.S.,

після чого можете сформулювати постановку задачі або сказати, яку теорію ви розвиваєте або узагальнюєте. Беручи до уваги, що ваша англійська не дуже добра (інакше ви б не читали цієї книги), я не раджу на початку доповіді пояснювати мотивацію вашого дослідження — краще це зробити всередині, скажімо, після формулювання основних результатів, тоді це зробить буде легше.

Починаючи викладати сутність справи, добре знати заздалегідь, що, як і де ви писатимете на дошці, і які частини написаного можна буде витирати, а які залишати для подальшого використання. Через проблемність вашого мовлення вам доведеться фіксувати важливі речі *письмово* на дошці. І це варто робити максимально лаконічно, у формулюваннях уникати непотрібних слів і висловлювань, послуговуватися стандартними скороченнями, логічною й математичною символікою.

Якщо ви робите не доповідь біля дошки, а комп'ютерну презентацію, дуже раджу відступати від екрану, підходити до дошки й щось роз'яснювати, написавши формулу чи намалювавши картинку або схему. Такий епізод варто ретельно підготувати заздалегідь, але це має виглядати як експромт. Вдалий справжній експромт вийде, якщо вам під час доповіді поставлять питання, яке ви зрозумієте й відповісте на нього біля дошки, щось намалювавши або написавши формулу.

Але запитання із залу під час доповіді — це напасть для наших математиків: зазвичай, наші доповідачі погано розуміють питання. В таких випадках не варто нервувати, а варто спокійно перепитати:

Would you repeat the question? Louder, please.

Якщо коли питання повторили ви все одно його не розумієте, ви легко вийдете з неприємної ситуації, сказавши (спокійно):

> That's a good question.
> I'll answer it after the talk—I am running out of time now.

А після доповіді запросіть до дошки того, хто поставив питання, і там вже спробуйте розібратися.

Якщо під час доповіді ви посилаєтесь на результати інших авторів, зокрема, і класиків, неодмінно пишіть їхні прізвища на дошці (бо при вашій вимові слухачі можуть не зрозуміти, про кого мова). Втім, такі відомі й легкі у вимові прізвища як Weierstrass, Cauchy, Perelman можна не писати, а от Euler чи Kleene ви скоріше за все так спотворите, що їх не впізнають.

Якщо ви щось показуєте на екрані через проектор, має сенс скористатися лазерною указкою — це дозволить вам не проговорювати те, що написано або намальовано на екрані, і привернути увагу до ключових моментів доповіді без допомоги англійської мови.

Не раджу розповідати анекдоти або жартувати — скоріше за все, у вас це вийде погано. Проте бажано, щоб ваша доповідь не була занадто сухою чи формальною: недарма доповіді на конференціях англійською називаються не reports, а talks! Щоб пожвавити ваш виступ, корисно вивчити два-три неформальні часто повторювані вирази, типу *this guy here* або *this thing here* (при цьому ви вказуєте на шмат формули на дошці чи на екрані), не бійтесь іноді вставляти короткі неформальні коментарі типу

> nope, that ain't gonna work

або

> yeah, we then get this crazy formula.

Оживляти екранні презентації також можна (і треба!), наприклад, вставляючи в текст смішні картинки, фотографії ваших співавторів або конкурентів, мультфільми.

Майте на увазі, що в більшості західних країн чітко дотримуються регламенту (особливо на colloquium talks), випрошувати додаткові п'ять хвилин у chairman'а це дурний тон. Тому плануйте доповідь так, щоб кінцівка не була похаплива і щоб ви встигли сказати основне до того, як chairman скаже

> You have two minutes left!

Добре завершити доповідь на мажорній ноті — карбованою заздалегідь приготованою фразою, а вже потім вимовити (чи висвітлити на екрані) банальне Thank you for your attention!

9.3. Лекції

Читати лекції англійською набагато важче, ніж робити наукові доповіді, особливо якщо йдеться про загальноосвітні лекції з математики для великого потоку студентів нематематичних спеціальностей, скажімо, лекції з горезвісного Calculus'а в одному з американських liberal arts colleges. Тут справа не лише в мовних труднощах і низькому рівні студентів, а і в принципово іншому їхньому менталітеті і зовсім іншому ставленні до професури.

Успішне опрацювання цієї книжки не є достатнім для того, щоб добре читати такі лекції. (Втім, якщо перед кожною лекцією скласти її текст лише з коротких фраз, побудованих на основних шаблонах, і просто виголошувати цей текст, то в результаті може вийти непогано, за умови, що ваше мовлення буде живим, тобто ніхто не здогадуватиметься, що ви декламуєте тест, вивчений напам'ять.)

Тому я дуже раджу, коли вам вперше запропонують читати лекції студентам (undergraduates), рішуче відмовлятися від них, мотивуючи це тим, що в першому семестрі ви зможете читати лекції лише аспірантам (graduate students), а великі потокові лекції зможете читати лише в наступному семестрі. Лекції для невеликої групи аспірантів читати набагато легше, ніж для великої слабкої аудиторії. Якщо так і буде вирішено, протягом першого семестру варто регулярно відвідувати потоковий лекційний курс одного з колег, що дозволить вам второпати, що це таке і як це робиться.

* * *

Завдання 9.1. Уявіть собі, що завтра ви маєте робити доповідь з вашої роботи, придумайте і запишіть перші вступні фрази, зробіть на дошці перші потрібні записи і напишіть дві-три завершальні фрази вашої уявної «доповіді».

Завдання 9.2: Основне! Підсумуйте вашу роботу над цією книгою: складіть список з 40-50 шаблонів, заповніть їх термінами з вашої спеціальності, додайте до них невеличкий список корисних для вас вступних виразів (openers), кілька потрібних вам acknowledgements і, якщо знайдете такі, два-три шаблони з робіт ваших конкурентів, які не згадані в цій книзі. Клаптики з цими записами складіть в гарну папку. Коли прийде час писати статтю чи книгу, дістаньте цю папку, погортайте її і впевнено починайте писати.

Додаток I
Список математичних шаблонів

Для тих читачів, які звернулися до цього додатку, не прочитавши основні розділи цієї книги, відзначу, що зазвичай речення англійської математичної мови можна будувати, заповнюючи порожні поля «шаблонів» (стандартних зворотів) відповідними «частинами мови» (*obj, mod, prop, ref, claim*) і комбінуючи шаблони з допомогою так званих зв'язок (*links*). Тому я раджу хоча б проглянути перші два розділи (де пояснюється, що таке шаблон, частина мови, і пояснюється, як мати справу зі зв'язками і з артиклями).

Читачеві-початківцю я дуже рекомендую твердо засвоїти основні шаблони (їх всього 12, див. розділ 1.4), на свій розгляд виписати і засвоїти ще 10–20 і, проглянувши ще кілька статей зі своєї спеціальності, відібрати з них ще зо 10. З цим списком з 30–40 шаблонів варто трохи попрацювати (комбінувати їх з допомогою зв'язок) і додати обраний список вставних виразів (мінімальний список міститься в розділі 3). Після цього можна почати писати текст своїх статей, базуючись на цьому. І треба не перекладати, а переповідати текст оригіналу, а ще краще відразу писати англійською із використанням чорнових формул і креслень.

1. Основні шаблони

Ці шаблони використовуються завжди в усіх математичних текстах. В звичайних англомовних статтях вони складають від 60 до 70 відсотків зворотів. Комбінуючи їх, можна, загалом, виразити практично кожну математичну семантику. Варто нагадати, що мало не всі основні шаблони послівно не перекладаються або перекладаються погано — це суто англійські ідіоми. В наших шаблонах ми, як правило, не вказуємо артиклі; читача, який не володіє цим мистецтвом, відсилаємо до підрозділів про артиклі в розділах 2 і 4. Втім, вірно розставити артиклі допомагають приклади застосування, наведені після кожного шаблону.

(1) [*obj*] **is** [*obj*] або [*mod*]

The function f is continuous.
The set R is a ring.

(2) **consider** [*obj*] або [*ref*]

Consider the 2-dimensional vector space over $\mathbb{F}_7$.
Consider the Sobolev space W_1^p.

(3) **for any** [*obj*] або [*claim*]

For any pair of distinct points P, Q in $\mathbb{R}P^2$, there exists a unique line containing P and Q.

(4) **let** [*obj*] **be** [*obj*] або [*mod*]

Let ω be a sesquilinear form on M.
Let the operator A be orthogonal.

(5) [*ref* або *prop*] **implies** [*ref*] або [*prop*]

Lemma 7.3 implies the Cauchy–Kovalevskaya theorem.
Continuity implies integrability.

(6) **there exists a** [*obj*] **such that** [*claim*]

There exists an isometry $h\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ such that $f(A) = A'$ and $f(B) = B'$.

(7) **if** [*claim*]**, then** [*claim*]

If $f\colon \mathbb{D}^2 \to \mathbb{D}^2$ is continuous, then there exists a point $x \in \mathbb{D}^2$ such that $f(x) = x$.

(8) **there exists a unique** [*obj*] **such that** [*claim*]

There exists a unique intersection point of any two distinct lines in $\mathbb{R}P^2$.

(9) [*obj*] **is called** [*mod*] або [*obj*] **if** [*claim*]

A ring R is called associative if $(ab)c = a(bc)$ for all $a, b, c \in R$.
The map $s\colon B \to E$ is called a section of π if $\pi \circ s = \mathrm{id}$.

(10) **denote by** [*symbol*] **the** [*obj*]

Denote by $\mathbb{C}P^n$ the complex n-dimensional projective space.

(11) [*claim*] **if and only if** [*claim*]

A second degree curve is generic if and only if the invariant I_2 is nonzero.
A closed 3-manifold M is the sphere $\mathbb{S}^3$ if and only if $\pi_1(M) = 0$.

(12) [*obj*] **has the form** [*claim*] або [*obj*]

The simplest parabola has the form $y = x^2$.
The second Markov move has the form $b \mapsto bb_n^{\pm 1}$, where $b \in B_n$.

2. Формулювання визначень

[*obj*] **is called** [*mod*] або [*obj*]

Subgroups satisfying this condition are called normal.

[*obj*] **is called** [*mod*] або [*obj*] **if** [*claim*]

A transformation is called isometric if it preserves distances.

[*obj* або *symb*] **is defined as** [*obj*]

The half interval $[a, b)$ is defined as $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$.

let us define [*obj*] **as** [*obj*]

Let us define the integral $\int_a^b f(x)dx$ as the limit of integral sums as $\delta \to 0$.

define [*obj*] **as** [*obj*]

Define the sphere $\mathbb{S}^2$ as $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$.

we call [*obj*] [*mod*] **if** [*claim*]

We call a manifold C^r-smooth if all its transition functions are C^r-smooth.

3. Формулювання теорем

if [*claim1*]**, then** [*claim2*]

If the surface M is orientable and $\chi(M) = 2$, then M is the sphere $\mathbb{S}^2$.

suppose that [*claim1*]**; then** [*claim2*]

Suppose that the Lefschetz number $\lambda(f)$ is nonzero; then f has a fixed point.

let [*claim1*]**, let** [*claim2*]**, and let** [*claim3*]**; then** [*claim4*]

Let the function f be continuous on $[a, b]$, let $f(a) < 0$, and let $f(b) > 0$; then there exists a point $\zeta \in [a, b]$ such that $f(\zeta) = 0$.

if [*claim*]**, then** [*obj*] **possesses the following properties:**
1° [*claim1*]**;**
2° [*claim2*]**;**
3° [*claim3*]

If α is an element of the Möbius group, then α possesses the following propertixes:
1° α preserves angles;
2° α preserves cross ratios;
3° α takes circles and straight lines to circles or straight lines.

[*claim1*] **if and only if** [*claim2*] або коротше: [*claim1*] **iff** [*claim2*]

A 3-manifold M is the sphere $\mathbb{S}^3$ if and only if $\pi_1(M) = 0$.

[*claim*] **is a necessary and sufficient condition for** [*obj*] **to be** [*obj* або *mod*]

$H_0(X) = \mathbb{Z}$ is a necessary and sufficient condition for X to be path connected.

if [*claim*]**, then the following conditions are equivalent:**
1° [*claim1*]**;**
2° [*claim2*]**;**
3° [*claim3*]

If Γ is a graph, then the following conditions are equivalent:
1° Γ is a tree;
2° $\chi(\Gamma) = 1$;
3° there is a unique path joining any two points of Γ.

for [*obj*] **to be** [*mod*] або [*obj*]**, it is necessary and sufficient that** [*claim*]

For a linear operator $A = (a_{ij})$ to be nondegenerate it is necessary and sufficient that $\det(a_{ij}) \neq 0$.

4. Доведення

we have [*claim*]

We have $P(a) = \neg\left(\exists a\, \exists b\, (S(a,b) \to T(x))\right)$.

we obtain [*claim*]

We obtain $\int_a^c f(x)dx = \int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx$.

it follows that [*claim*]

It follows that the sequence $(*)$ is exact.

by assumption, [*claim*]

By assumption, the function ϕ is uniformly continuous.

using $[ref]$**, we obtain** $[claim]$

Using the Fubini theorem, we obtain $\iint_Q f(x,y)dS = \int_a^b (\int_c^d f(x,y)dy)dx$.

since $[claim]$**, it follows that** $[claim]$

Since the diagram $(*)$ is commutative and its rows are exact, it follows that $H^p(X,\mathbb{Z})$ is isomorphic to $H_{n-p}(X,\mathbb{Z})$.

$[ref]$ або $[prop]$ **implies that** $[claim]$ або $[prop]$

Differentiability implies continuity.
The last inequality implies that $r(x) \sim O(x^2)$.

it remains to prove that $[claim]$

It remains to prove that f is upper semi-continuous.

all the assumptions of $[ref]$ **hold**

All the assumptions of Lemma 2 hold.

it is readily verified that $[claim]$

It is readily verified that M is a del Pezzo variety.

the proof is by induction on $[obj]$

The proof is by induction on the dimension n of $\mathbb{R}P^n$.

we argue by contradiction

assume the converse

this is a contradiction; the proof of $[ref]$ **is complete**

This is a contradiction; the proof of the theorem is complete.

we will consider several cases

$[ref]$ **is proved**

The main theorem (Theorem 3) is proved.

this concludes the proof of $[ref]$

This concludes the proof of the Reidemeister lemma.

Q.E.D.

5. Подяки

I am grateful to [my research advisor professor Ivanov] **for setting the problem and for valuable discussions.**

I am grateful to [prof. Petrov]**, who read the first draft of** [this paper] **and pointed out several errors.**

Part of this work was carried out when the author [was a visiting professor at the IHES]; **I am grateful for the hospitality and the excellent working conditions.**

This research was partially supported by [the RFBR grant No. . . .]**.**

[The first named author] **was supported by** [. . .]**.**

Додаток II
Сполучники і прийменники

Цей додаток — зведення використання сполучників і прийменників (conjunctions and prepositions) в математичних текстах. Переклад цих слівець, зрозуміло, залежить від контексту, і ми наводимо контексти, найуживаніші в математичних текстах. На самому початку (див. II.0) ми перераховуємо найпоширеніші приклади, а потім групуємо приклади перекладів за прийменниками

of, to, in, by, on, for, with, from, at, over, under, into, onto, along, as.

Можливо, є сенс виписати ті конструкції, які найчастіше зустрічаються в текстах з вашої спеціальності. Зрозуміло, при цьому загальноматематичні терміни (якими я тут намагався обмежитися) можна замінити на їхні конкретизації (наприклад, map $\to$ epimorphism, set $\to$ variety, structure $\to$ metric і т. п.); ці та подібного роду заміни не тягнуть за собою зміни прийменників.

В другій частині цього додатку для зручності читачів ми наводимо їхні переклади у зворотній бік.

0. Список найпоширеніших конструкцій із прийменниками

at the point x	в точці x
replace x **by** y	замінити x на y
substitute y **for** x	замінити x на y
change x **to** y	замінити x на y
x belongs **to** X	x належить X
X depends **on** a	X залежить від a
X is independent **of** a	X не залежить від a
vector field **on** M^n	векторне поле на M^n
a_n tends **to** A **as** $n \to \infty$	a_n прямує до A при $n \to \infty$
extend f **to** X	продовжити f на X
restrict f **to** A	оббмежити f на A
f ranges **over** X	f пробігає X

under the map f	при відображенні f
polynomial **in** x	поліном відносно x
function **of** the variable x	функція змінної x
system **of** equations	система рівнянь

1. Of

Найуживаніший прийменник; зазвичай перекладається із застосуванням родового відмінка; іноді перекладається прийменниками *із, від, з, при* тощо.

function **of** x	функція змінної x
a solution **of** equation (2.1)	розв'язок рівняння (2.1)

Також припустимо *solution* **to** (2.1)

the set **of** all x	множина всіх x
one **of** the sets	одна з множин
the class **of** functions	клас функцій
a subset **of** $\mathbb{R}^n$	підмножина простору $\mathbb{R}^n$

Обережно: перекладати *a subset of X* як «підмножина *X*» є небезпечним: цей вислів має два різних смисли! Тут потрібна «підмножина множини». Аналогічні застереження стосуються й інших прикладів з **of**. Надалі ми помічаємо «вгадані» слова лапками: « ».

closure **of** X	замикання «простору» X
neighborhood **of** x	окіл «точки» x
subdivision **of** M	підрозбиття «PL-многовиду» M
the sum **of** a and b	сума a та b
the center **of** the circle	центр кола
an equation **of** order n	рівняння порядку n
systems **of** equations	системи рівнянь
a group **of** transformations	група перетворень

Допустимими є також *transformation group*, але не *equation system* і не *point neighborhood*; інверсії такого роду варто робити лише якщо ви їх зустрічали в текстах англомовних авторів.

angle **of** rotation	кут повороту
circle **of** center O and radius r	коло радіуса r із центром O

consists **of** all points	складається з усіх точок
the mapping f **of** D	відображення f «області» D
transpose **of** the matrix	транспонована матриця
complex conjugate **of** z	«число», комплексно спряжене «числу» z

Наведемо конструкції, де разом із **of** використовуються й інші прийменники:

of dimension 2 **over** $\mathbb{C}$	розмірності 2 над $\mathbb{C}$
extension **of** ϕ **by** the identity on A	продовження ϕ тожтожнім відображенням на A
coefficient **of** x_3 **in** $p(x)$	коефіцієнт при x_3 в $p(x)$
rotation **of** F **about** x	обертання «фігури» F навколо «точки» x
defined **on** all **of** X	визначено на всьому X
take H in place **of** G	візьмемо H як G
image **of** A **under** f	образ «множини» A при «відображенні» f

2. To

Перекладається по-різному: давальним відмінком, а також прийменниками *до, на, в, з* тощо.

x belongs **to** the subgroup $H \subset G$	x належить до підгрупи $H \subset G$
change x **to** y	замінимо x на y
x is equal **to** y	x дорівнює y

Припустиме й «x equals y», але точно не можна «x equals **to** y»!

x corresponds **to** y	x відповідає y
f takes x **to** y	f відображає x в y
x_n tends **to** 0	x_n прямує до 0
x maps **to** y	x відображається в y
l_1 is parallel **to** l_2	l_1 паралельна l_2
assign $H^*(M)$ **to** each M	кожному M поставимо у відповідність $H^*(M)$
relatively **to** the topology τ	відносно до топології τ
l is tangent **to** S	l дотикається до S
all primes up **to** 97	всі прості числа до 97
attach a handle **to** M	приклеїти ручку до M

restrict the map f **to** N	обмежити відображення f на N
extend the map f **to** W	продовжити відображення f на W
12 is relatively prime **to** 25	12 є взаємно простим з 25

Наведемо приклади вживання прийменника **to** в поєднанні з іншими прийменниками:

sum **from** 1 **to** n	сума від 1 до n
integrate **from** a **to** b	інтегруємо від a до b
f is a map **of** X **to** Y	f — відображення з X в Y
f is a map **from** X **to** Y	f є відображенням з X в Y
consider the sum **from** 1 **to** n	розглянемо суму від 1 до n
the application **of** the lemma **to** this situation	застосування леми до цієї ситуації
extend f **to** all **of** X **by** the identity	продовжимо f на всі N тотожним відображенням,
the contribution **of** K **to** the ...	внесок K в ...

3. By

Перекладається орудним відмінком, а також прийменниками *на, через, по, за допомогою.*

$H^*(X)$ is determined (defined) **by** X	$H^*(X)$ визначається «простором» X
denote $\pi_2(X, Y)$ **by** A	позначимо $\pi_2(X, Y)$ через A
x_n is majorized (bounded above) **by** x	x_n обмежена згори «числом» x
f and g differ **by** $C = \text{const}$	f і g відрізняються на $C = \text{const}$
the homomorphism f^* induced **by** f	гомоморфізм f^*, індукований «відображенням» f
dividing (multiplying) **by** x	ділячи (помножуючи) на x
ϕ is given **by** (2.3)	ϕ отримується з «формули» (2.3)
X is generated **by** $e_1, \ldots, e_n$	X породжується «векторами» $e_1, \ldots, e_n$
by construction (definition, assumption)	за побудовою (визначенням, умовою)
f is approximated **by** f_n	f апроксимується «послідовністю» f_n
A is permuted **by** σ	A переставляється «підстановкою» σ

Lemma 1 is obtained (proved) **by** induction	лема 1 отримується (доводиться) за індукцією
rotation **by** the angle $\pi/3$	поворот на кут $\pi/3$
by putting (setting) $x = 1$	вважаючи, що $x = 1$,
by the theorem, ...	за теоремою, ...

Далі декілька конструкцій, де прийменник **by** з'являється з іншими прийменниками:

extend f **by** the identity **to** f_1	продовжимо «відображення» f тотожно до відображення f_1
the extension **of** M **by** H	розширення «модуля» M за допомогою «модуля» H
A is moved **by** finite number **of** shifts	A переноситься скінченним числом пересувань.
X is mapped **by** f **to** Y	X відображається за допомогою f в Y

4. In

Найчастіше (але не завжди!) перекладається прийменниками *в*, *у*.

x is contained **in** X	x міститься в X
M lies (is embedded) **in** $\mathbb{R}^n$	M лежить (вкладена) в $\mathbb{R}^n$
a polynomial **in** x	поліном відносно x
A is everywhere dense **in** X	«множина» A скрізь щільна в X
X is compact **in** the weak topology	«простір» X компактний в слабкій топології
in the case (ii)	у випадку (ii)
in the space (group, ...)	у просторі (групі, ...)
A intersects B **in** a plane	A перетинає B по площині
symmetry **in** the plane	відображення відносно площини
represent **in** the form	подати у вигляді
differentiation (integration) **in** t	диференціювання (інтегрування) за t

Але тут краще сказати *differentiation with respect to t*.

domain **in** $\mathbb{R}^n$	область у $\mathbb{R}^n$
take x **in** place **of** y	візьмемо x замість y
the multiplier **in** the second term	множник другого члену

Ось конструкції, в яких **in** використовується разом із іншими прийменниками:

polynomial **of** degree n **in** x, y	поліном ступеню n от x, y
in transverse position with respect to M	трансверсально відносно «многовиду» M
in the sense **of** distributions	у сенсі узагальнених функцій

5. On

Мало не завжди перекладається прийменником *на*, іноді *про, з, по, від*.

points **on** the curve	точки на кривій
points **on** the boundary	точки на границі
depends **on**	залежить від
projection **on**	проекція в

Зверніть увагу, що «в», а не «на»; щоб було «на», треба не «on» а «onto»!

the identity **on**	тотожність на
function **on** the domain	функція на області
metric (topology, structure, ...) **on**	метрика (топологія, структура, ...) на
theorem **on** implicit functions	теорема про неявну функцію

Частіше говорять *implicit function theorem*, а загалом «теорема про», зазвичай, перекладають як *theorem about*.

graph **on** n vertices	граф із n вершинами
terms **on** the diagonal	члени, які стоять по діагоналі

6. For

Мало не завжди перекладається прийменником *для*, іноді родовим відмінком, прийменниками *при, відносно, до*.

boundedness condition **for** the function	умова обмеженості для функції
a basis **for** the space	базис простору
solved **for** y	розв'язане відносно y
the inverse **for** f	обернене до f

Частіше говорять *the inverse* **of** f.

the problem **for** H	задача для H
X_n is compact **for** all n	X_n компактно для всіх n
substitute x **for** y in (2.1)	замінимо y на x в (2.1)

Це можна сказати й так: replace y by x in (2.1); зверніть увагу на порядок літер x і y!

7. Over

Перекладається прийменниками *над, по, на*, знахідним відмінком.

f ranges **over** $\operatorname{Im} f$	f пробігає $\operatorname{Im} f$
n runs **over** all even integers	n пробігає всі парні числа
integrating **over** M	інтегруючи по M
vector space **over** $\mathbb{R}$	векторний простір над $\mathbb{R}$
summing **over** all n	підсумовуючи за всіма n
cone **over** $\mathbb{R}$	конус над X
affine scheme **over** F	афінна схема на F
fibration (bundle) **over** B	розшарування над B
module **over** the ring Z	модуль над кільцем Z
linearly independent **over** $\mathbb{C}$	лінійно незалежні над $\mathbb{C}$
continuous **over** all **of** X	неперервна на всьому X

8. Under

Зазвичай, перекладається прийменниками *при, за, під, по*.

under the actions of G	під дією G
under the condition	за умови
group **under** multiplication	група по множенню
under the map (morphism)	при відображенні (морфізмі)
invariant **under** shifts	інваріантно при зсувах
the point P lies **under** the plane Π	точка P лежит під площиною Π

Under зустрічається й разом з іншими прийменниками:

X projects **on** P **under** p	X проектується на P при «відображенні» p
a maps **to** b **under** f	a відображається в b при «відображенні» f

the image **of** X **under** f	образ «простору» X при «відображенні» f

9. From

Перекладається прийменниками *з, від*.

follows **from**	випливає з
subtracting **from**	віднімаючи від
moving away **from** the point	рухаючи від точки
bounded **from** above	обмежено згори
results **from** the paper [3]	результати зі статті [3]
determined **from** initial data	визначене з початкових даних
functions **from** the space	функції з простору.

А ось **from** з іншими прийменниками:

at the distance **of** h **from** X	на відстані h від X
integrate **from** a **to** b	інтегруємо від a до b

10. With

Перекладається орудним відмінком, а також прийменниками *з, на*.

equipped **with** a metric	наділене метрикою
supplied **with** a norm	наділене нормою
coincides **with**	збігається з
identified **with**	ототожнений з
put into correspondence **with** the group	поставити у відповідність із групою
angle of 60° **with** the plane	кут 60° із площиною
take the product **with** X	взяти добуток із X
intersection **of** M **with** N	перетин M із N
arcs **with** small diameters	дуги малих діаметрів
subspaces **with** finitely many components	підпростори зі скінченним числом компонент
fibration **with** fiber F and base B	розшарування із шаром F і базою B

11. As

Перекладається словами *при, як*, висловами *у вигляді, в якості*.

as $n \to \infty$	при $n \to \infty$
regarded **as** a function	яка розглядається в якості функції
considered **as** a function	що розглядається як функція
viewed **as** a function	яка розглядається як функція
expressed **as**	виражена у вигляді
as any other function	як і будь-яка інша функція

12. At

Перекладається прийменниками *в, на*.

at time t	у момент часу t
at infinity	у нескінченності, на нескінченності
at the point	у точці
has **at** most two solutions	має не більше двох розв'язків

13. Into

Перекладається прийменниками *в, на*.

decomposition **into** the product	розкладання в добуток
divided **into** two classes	розбито на два класи
partitioned **into**	розбито на
f maps X **into** Y	f відображає X в Y

14. Onto

Вживається, коли треба підкреслити, що розглядається сюр'єктивне відображення, і тоді перекладається прийменником *на*.

the homeomorphism of $(0, 1)$ **onto** $\mathbb{R}$	гомеоморфізм інтервалу $(0, 1)$ на $\mathbb{R}$
projection $(x, y) \to (x, 0)$ **of** $\mathbb{R}^2$ **onto** the x-axis	проекція $(x, y) \to (x, 0)$ площини $\mathbb{R}^2$ на вісь абсцис

Зверніть увагу, що вираз *projection on*, зазвичай, використовується, коли проекція може бути не сюр'єктивною.

15. Along

Перекладається словами *вздовж, у напрямку*, зрідка орудним відмінком.

x moves **along** the curve	x рухається вздовж кривої
is directed **along** ...	спрямований вздовж ...
derivation **along**	похідна по напрямку
pullback **along** the projection	відображення, індуковане проекцією

16. Переклад у зворотний бік

Для зручності пошуку частина попереднього списку тепер представлена в зворотний бік, з української англійською. Читачеві варто мати на увазі, що систематичне вивчення цієї другої частини є шкідливим (воно розвиває «неангломовне мислення» по відношенню до англійських прийменників), цю частину варто використовувати лише як довідковий матеріал.

Почнемо з відмінків — вони перекладаються за допомогою прийменників.

(1) Родовий відмінок («кого-чого»)
Зазвичай перекладається прийменником **of**, рідше **to**.

клас функцій	class **of** functions
функція змінної x	a function **of** x
окіл точки x	a neighborhood **of** x

Інші приклади с **of** див. розділ 1 вище.

l дотична до S	l is tangent **to** S
відносно метрики	with respect **to** the metric
дуги малих діаметрів	arcs with small diameters або arcs **of** small diameter

(2) Давальний відмінок («кому-чому»)
Зазвичай перекладається прийменником **to**.

x належить X	x belongs **to** X
y відповідає x	y corresponds **to** x

(3) Орудний відмінок («ким-чим»)
Зазвичай перекладається прийменником **by**, рідше **with**.

$H^*(X)$ визначається простором X	$H^*(X)$ is determined **by** the space X
$\{a_i\}$ обмежено числом M	$\{a_i\}$ is bounded **by** M
наділене метрикою	equipped **with** a metric
продовження f тотожністю поза X	extention **of** f **by** the identity outside X
гомоморфізм, індукований f	the homomorphism induced **by** f

(4) Прийменник *в*

Зазвичай перекладається прийменником **in**, а також **into**, **to**, **by**, **on**.

x міститься в X	x is contained **in** X
f відображає X в Y	f maps X **into** Y
f відображає x в y	f takes x **to** y
у випадку II	**in** case II
представити у вигляді	represent **in** the form

(5) Прийменник *на*

Зазвичай перекладається прийменником **on**, а також **to**, рідше **onto**, **into**, **by**.

точки на кривій	points **on** the curve
метрика на просторі	metric **on** the space
замінити на	replace **by**
поворот на кут α	rotation **by** the angle α
відображення на все Y	map **onto** Y
продовження на X	extension **to** X
обмеження f на A	restriction **of** f **to** A
розбити на два класи	partition **into** two classes.

(6) Прийменник *для*

Зазвичай перекладається прийменником **for**.

задача для когомологій	the problem **for** cohomology
G_n — абелева для всіх n	G_n is Abelian **for** all n.

(7) Прийменник *над*

Зазвичай перекладається прийменником **over**.

конус над X	cone **over** X
розшарування над B	fiber bundle **over** B
модуль над кільцем	module **over** the ring

(8) Прийменник *при*

Перекладається дуже по-різному: **at**, **under**, **for**.

образ при відображенні	image **under** the map
f визначене в $x > 0$	f is defined **for** $x > 0$
коефіцієнт при x_3	the coefficient **at** x_3

(9) Прийменник *з/із*

Перекладається прийменником **from**, **of**, **with**, **to**, **on**.

відображення з X в Y	map **from** X to Y
складається з точок	consists **of** (the) points
одна з множин	one **of** the sets
кут із прямою	angle **with** the line
збігається з	coincides **with**
взаємно просте з	relatively prime **to** або coprime **to**
граф із n вершинами	graph **on** n vertices

(10) Прийменник *за* перекладається прийменником **under**.

за умови	**under** the condition

(11) Прийменник *від* перекладається прийменником **from**.

віднімаючи від	subtracting **from**

Додаток III
Семантика англійських артиклів

Як і більшість природних носіїв англійської мови, я тривалий час вважав, що правильне вживання артиклів в англійських текстах або в усному мовленні є наслідком мовної інтуїції, яка не піддається формалізації. Ця поширена точка зору змінилася під час моєї роботи над машинним перекладом математичних текстів; як виявилося, можна надати досить простий і чіткий набір правил, який дозволяє фахівцям правильно розставити артиклі в монографіях і наукових статтях з математики (див. [Sos-91], [Sos-92]). Намагаючись зрозуміти, чому аналоги й узагальнення цих правил не можна перенести на ширший корпус англійських текстів (наприклад, на всі «наукові»), я, на власний подив, виявив, що економніше зведення правил (ніж те, яке формулювалося в [Sos-91, § 10]), успішно керує вибором артиклів *в усіх текстах, які я розглядав*, навіть гуманитарних і літературних. Головна мета цієї статті — сформулювати ці правила й показати на прикладах, як вони працюють.

Підкреслимо, що описані нижче (в § 4) правила є семантичними та можуть успішно застосовуватися *лише при достатньо глибокому розумінні смислу тексту, який розглядається*. При цьому правила не завжди однозначно говорять, який артикль потрібен в даному місці — для цього знадобиться знання широкого контексту (не тільки текстового, але й, якщо так можна висловитися, може знадобитися і «позатекстовий» контекст). Зокрема, якщо в доброму англійському наративі забрати артиклі й попросити носія мови їх знову розставити, то результат скоріше за все відрізнятиметься від оригіналу — артиклі несуть семантичну інформацію, яка зовсім не завжди поновлюється із контексту. В наукових текстах (особливо математичних) кваліфікований англомовний фахівець мало не всюди «правильно» поновить артиклі, хоча напевне будуть і такі місця, де різні фахівці віддадуть перевагу різним артиклям. Проте в гуманітарних текстах така неоднозначність зустрічатиметься набагато частіше (кілька яскравих прикладів наводиться нижче в § 3).

Даний додаток є передруком моєї статті, написаної 28 років тому назад, але так і не опублікованої. В ній викладено правила вживання артиклів в англійській мові, притому не тільки в математичних текстах, але й в усіх текстах взагалі. Думаю, що ця стаття, особливо розбір наведених в ній прикладів, буде корисним читачам цієї книги.

Основою підходу, який пропонується, є проста контекстно-семантична класифікація іменників, які з'являються в англійських текстах — вона описана в § 2. Мені б хотілося сподіватися, що ця класифікація має й деякий самостійний лінгвістичний інтерес, тим більше, що вона переноситься без проблем і на французьку мову, і навіть — якоюсь мірою — на «безартиклеву» українську[1].

Статтю організовано наступним чином. В §§ 1–2 містяться деякі попередні зауваги і основні визначення. В § 3, який можна пропустити при першому читанні, обговорює деякі семантичні нюанси. Самі правила описані в § 4, а § 5 складається з прикладів, які показують, як їх застосовувати.

§ 1. Артиклі the, a і □

Нам зручно розглядати, що в англійській мові є не два, а три артиклі однини — **the**, **a** і «порожній артикль» □. Перш ніж пояснити, що таке □, — два зауваження.

По-перше, слово «артикль» само по собі означає тут артикль однини; в тих випадках, коли будемо розглядати артиклі множини, використовуватимемо термін *множинний артикль*.

По-друге, ми надалі уникатимемо тих ситуацій, в яких відбувається семантична заміна артикля іншими словами, як, наприклад, в реченнях

(1) This dog is brown.
(2) George's mother died.
(3) I chose some color.

(Тут слова *this* і *George's* заміняють два артиклі **the**, а слово *some* заміняє артикль **a**.)

Тепер про артикль □. Порожній артикль — невидимий символ (в усному мовленні — нечутний звук), який виконує певну семантичну функцію і який «знаходиться» там, де міг би стояти інший артикль. Одначе, порожній артикль не варто плутати з відсутністю артикля: артикль може бути відсутнім в результаті заміщення, а також коли знадобиться невизначений артикль в множині.

Справа в тому, що артикль **a** в множині також виражається порожнім символом, але несе зовсім інше семантичне навантаження. Наприклад:

(4) This is a book. These are books.

[1] Через двадцять п'ять років після написання цієї статті я довідався, що лінгвістам подібна класифікація вже відома (див., наприклад, [Heim-89]).

Зрозуміло, тут перед *books* «знаходиться» не порожній артикль, а множинний невизначений артикль, так само «виражений» порожнім символом.

Ми поки не дали точного визначення порожнього артиклю, бо не вказали, яку саме «семантичну функцію» він виконує. Точніше визначення зявиться пізніше, а поки обмежимося прикладами.

(5) □ John Keats is a great poet.
(6) □ Jogging is good for your health.
(7) My field of □ expertise is □ topology.

§ 2. Три семантичні категорії

Тут йтиметься не про розбиття на категорії окремо взятых іменників, а про розбиття *входжень* іменників (тобто іменників, поставлених в певне місце конкретної фрази) на три семантичні категорії. При цьому йтиметься не тільки про іменники, які складаються з одного слова, а й про складені іменники, тобто про іменники разом з їхнім безпосереднім оточенням (що англійською називається noun phrase).

Артиклі **a**, **the** і □ визначаються семантичною категорією того іменника (чи складеного іменника), до якого вони приставлені. Називатимемо ці категорії категоріями представників, індивідуумів і унікумів відповідно.

Представник — це входження імені (назви) або опису денотата іменника (про який йдеться в даній фразі) в ситуації, коли денотат цього імені раніше зафіксовано не було. Зокрема, коли в деякій фразі стверджується належність будь-чого до певного класу, то відповідний іменник відноситься до категорії представників. Наприклад:

(8) This dog is a *fox terrier*.
(9) Extramarital sex is a *sin*.
(10) Is Marxism a *serious philosophy*?

Не варто думати, що артикль **a** відповідає квантору ∀ (для всіх), і отже — це завжди невизначений, не конкретний об'єкт. В реченні

(11) A *rain drop* fell on my neck

крапля дощу, про яку мова, цілком конкретна (та сама крапля, що в даний момент впала на шию оповідача). Одначе іменник *drop* (точніше, складений іменник *rain drop*) — це представник, бо його ще не зафіксовано. Адже істинна семантика цієї фрази така: *Одна крапля дощу впала мені на шию*, або, висловлюючись формально математично, *Одна з множини крапель дощу впала мені на шию.*

Якщо ж сказати

(12) The *rain drop* fell on my neck,

то носій англійської мови захоче спитати What rain drop?, маючи підозру, що про цю краплю щось мало бути сказано раніше.

Індивід — це входження імені (назви) або опису фіксованого денотата іменника (або складеного іменника). Фіксованим він може бути, по-перше, тому, що його було згадано раніше. Наприклад:

(13) He saw a dog. The *dog* barked at him.
(14) The *method* described in §3 can be applied to this problem.

Індивід може також бути зафіксований контекстом, тобто бути однозначно визначеним даним йому в цій же фразі описом. Наприклад:

(15) This dog is the *fox terrier* that we can saw yesterday.
(14) Extramarital sex is the *most common of all sins.*
(15) Is Marxism the *philosophy* of your party?
(16) The *rain drop* that fell оп my neck was cold.

(Читачеві ми радимо порівняти ці чотири речення зі схожими реченнями (8)–(11) вище.)

Нарешті, індивідом може бути узагальнений (не конкретний, а нібито типовий) елемент деякого класу.

(17) Among the larger cats, the *tiger* is the most ferocious.
(18) This is typical of the *man in the street.*

Унікум □ — це входження імені (назви) або опису денотату іменника, який існує тільки в єдиному примірнику. Наприклад:

(19) I'm crazy about □ *Marilyn Monroe.*
(20) □ *V. I. Lenin*, living in □ *Geneva*, criticized □ *logical positivism.*

Не варто думати, ніби будь-яке власне і'мя являє собою унікум. Читачеві пропонується поміркувати над наступними прикладами:

(21) □ *Hamlet* was superbly played by □ *Olivier.*
(22) The *Hamlet* played by □ *Barrault* was nervous and extraverted.
(23) □ *Scofield* played a noble and introverted *Hamlet.*

Авторам і редакторам наукових статей корисно знати, що додавання номера до назви перетворює цю назву в унікум. Наприклад, в реченні

(24) This proves *Theorem 2.1*

Theorem 2.1 являє собою унікум, тоді як в подібній фразі

(25) This proves the *theorem*

слово *theorem* є індивідом.

Інший поширений в наукових текстах різновид унікумів — це *атрибути*, тобто притаманні деяким іменникам специфічні характеристики, такі як радіус кола, концентрація суміші, швидкість руху:

(26) a circle of radius 1; a mixture of high concentration; a blast off at supersonic velocity.

§ 3. Тонка семантика артиклів

В цьому параграфі ми вивчаємо зміни смислів деяких текстів як результат заміни одного артиклю іншим. В прикладах, які ми тут розглядаємо, йдеться не про правильність вживання артиклів, а про семантику, пов'язану з їхньою присутністю. Таким чином, ми звертаємо увагу на семантичні відмінності (іноді дуже тонкі) між представниками, індивідами і унікумами.

Розглянемо наступні речення:

(27) Soon the Concorde reached supersonic speed.

Спочатку звернемо увагу на порожній артикль □, який «стоїть» перед словосполученням *supersonic speed*. Артикль □ нам повідомляє, що *supersonic speed* — це унікум, тобто йдеться про унікальне явище — надзвукову швидкість як таку. Якщо же ми замість порожнього артикля поставимо тут артикль **a**, то фраза буде означати, що літак досяг однієї з можливих надзвукових швидкостей. Нарешті, якщо ми скажемо тут *the supersonic speed*, то це буде означати, що — попри закони фізики — є тільки одна конкретна надзвукова швидкість (можливо, згадана раніше).

Перейдемо тепер до артиклю **the** в цьому реченні. Цей артикль повідомляє нам, що йдеться не про якийсь Конкорд, а про цілком конкретний літак Конкорд, саме про той, в якому летить автор (про цей літак, можливо, йшлося раніше). Якщо ж ми замінимо **the** на **a**, то фраза набуває смислу лише в наступному досить дивному контексті: летіло кілька Конкордів, і один з них досяг надзвукової швидкости. При заміні **the** на □, маємо іншу семантику, яка також спантеличує — звичайний літак підвищується до рангу унікума, автор ніби робить цю машину живою, вважаючи, ніби ім'я *Concorde* описує літак, який існує в єдиному примірнику. Якщо нашу фразу з артиклем □ або **a** замість **the** вимовить людина, яка погано володіє англійською, то його англомовний співрозмовник вирішить, що у виборі артиклю відбулася помилка.

Розглянемо тепер довший текст, щоб простежити, до яких смислових змін призведе заміна артиклів. (Для зручності посилань після кожного артиклю в квадратних дужках вказується його номер.)

> [1] Mel used the [2] private elevator, which operated by □ [3] passkey only, to descend from the [4] tower to the [5] administrative mezzanine. Though his own office suite was silent, with [6] stenographers' desks cleared and [7] typewriters covered, the [8] lights had been left on. He entered his own interior office. From a [9] closet, near the [10] wide mahogany desk he used in □ [11] daytime, he took out a [12] heavy topcoat and fur-lined boots. [A. Hailey, "Airport".]

В цьому тексті однозначно визначається лише артикль [1], и, можливо, [4], [5] (будь-яка їхня заміна призводить до безглуздого тексту). Займемося іншими. Артикль **the** [2] повідомляє нам, що тут є однісінький приватний ліфт (заміна на **a** буде означати, що таких ліфтів кілька). Якщо порожній артикль □ [3] замінити на **a**, то ми нібито конкретизуємо універсальний ключ (*passkey*), тоді як автор не хотів звертати нашу увагу на цей ключ як на предмет, а тільки описував принцип функціонування ліфта, говорячи про ключ як про унікальний принцип функціонування; як і в попередньому випадку, різниця в смислі в результаті цієї заміни невелика. Наступні два артиклі **the** [4], [5] повідомляють нам, що є одна башта і один мезонін. Цікаві наступні два артиклі [6], [7]; зрозуміло, це — множинні артиклі, яких ми тут уникаємо; заміна їх на множинний артикль **the** мало міняє сенс, лише підкреслює, що *всі* столи відчищені і *всі* машинки в чохлах, тоді як автор говорив про якісь столи і машинки, не гарантуючи прибраніть усіх. При тому автор повідомляє нам, що всі лампи горіли (множинний артикль **the** [8]). Наступні артиклі нам пояснюють, що є кілька шаф (**a** [9]) і що Мел користується єдиним письмовим столом (**the** [10]). Вибір артиклю □ [11] пов'язаний з тим, що слово *daytime* не має осмисленої множини; втім, тут артикль **the** також добре звучить і власне, мало змінює смисл фрази. А останній артикль (**a** [12]) не можна замінити на **the**, інакше виглядатиме, ніби про це пальто йшлося раніше.

На закінчення цього параграфу ми розберемо семантичний внесок артиклів в кількох (дуже знаменитих) рядках англійської поезії.

> For he's a jolly good fellow. (R. Burns)

Тут — звичайне використання артиклю **a**; воно повідомляє нам, що герой цієї застільної пісні — один багатьох веселих парубків. Якщо тут поставити артикль **the**, то адекватним перекладом буде щось на кшталт *Бо він — той самий чи він єдиний такий веселий парубок*, тоді як він всього лише один з них, причому ні про якого веселого парубка досі не йшлося.

> The devotion to something afar
> From the sphere of our sorrow (P. B. Shelley)

Перший **the** означає, що йдеться не про якесь схиляння (*devotion*), а про схиляння перед чимось далеким; друге **the** — аналогічно. Порожній артикль □ перед *something* тут дуже потрібен, бо підкреслює унікальність і піднесеність чогось далекого; прозаїчне пояснення — це відсутність осмисленої множини слова *something*.

The Assyrian came down like the wolf on the fold (G. G. Byron)

В цьому чудовому рядку всі три **the** виділяють досить рідкий різновид індивіда — типового (порівняйте з прикладом (17)). Особливо ефектне перше **the** — воно, як і слово *Assyrian* — в однині!

Наш останній приклад стосується порожнього артикля.

For destruction ice
Is also great
And would suffice. (R. Frost)

Другий порожній артикль (перед *ice*) підкреслює, що йдеться про кригу взагалі, а в першому порожньому артиклі (перед *destruction*) зосереджено весь пафос кінцівки цього чудового вірша — знищення взагалі, знищення всього.

§ 4. Правила вибору артиклю

Застосовувати ці правила можна при редагуванні перекладів та інших текстів, написаних людьми, які погано володіють англійською мовою та/або предметною областю, а також при написанні власних текстів англійською. В будь-якому випадку, для успішного застосування правил необхідно не лише розуміти самі правила, але й розуміти глибинний смисл семантики самого тексту. Крім того, варто пам'ятати, що ці правила — це не аксіоми, вони можуть давати суперечливі вказівки (одна наказує ставити **the**, друга **a**) — в цьому випадку обрання артиклю рівнозначне відданню переваги одному правилу над іншим, а це вже залежить від того відтінку смислу, який автор тексту прагне передати читачеві.

Основний принцип (мабуть, зрозумілий тим, хто прочитав §§ 1–2 цієї статті) полягає в наступному:

(0) Артиклі **a**, **the** та □ ставляться перед представником, індивідуумом і унікумом відповідно.

При цьому йдеться тільки про ситуації, де іменник (може бути складеним) стоїть в однині, і при ньому не відбувається заміщення (см. § 1).

Основний принцип буде корисним, тільки якщо ми вміємо визначати, до якої семантичної категорії (представник, індивід, унікум) відноситься відповідний іменник. Тим читачам, яким складно ідентифікувати ці категорії іменників, пропонується забути про основний принцип і користуватися наступними трьома правилами.

(i) Артикль **a** перед іменником означає «один з» або «деякий», тобто цей артикль говорить нам, що іменник за ним не було раніше зафіксовано.

(ii) Артикль **the** перед даним іменником означає «той самий» або «єдиний такий», тобто цей артикль говорить нам, що іменник було раніше зафіксовано або однозначно визначається контекстом.

(iii) Порожній артикль □ перед іменником означає, що цей іменник єдиний у своєму роді, наприклад — власне ім'я або слово, яке не має множини.

До цих правил додамо ще одне правило, яке стосується артиклів множини.

(iv) Артикль **the** перед іменником означає «всі» або «весь список».

Застосовувати ці правила на практиці простіше, ніж розуміти їхні загальні абстрактні формулювання (сподіваюся, що читач переконається в цьому, прочитавши наступний параграф). Більше того, ці три правила можна замінити простим рецептом, здебільшого достатнім для правильного вибору артиклів:

> Якщо в українському перекладі вставні слова «якийсь» (чи «якась», чи «якесь») не змінює смислу фрази, то в англійському тексті на місце, яке відповідає вставним словам, можна поставити артикль **a**; інакше можна поставити **the** (смисл якого — «той самий»), хіба що відповідний іменник не має множини, і тоді краще «поставити» порожній артикль □.

§ 5. Приклад

Розглянемо текст нижче, який є початком оповідання (для зручності посилань місця для вставляння артиклів пронумеровані).

> I came out of [1] front door of my house at 7 am. Locking [2] door, I wondered when I would see [3] house again. Outside, [4] cold wind

was blowing and I raised [5] fur collar of my coat. [6] blue Ford raced up [7] street, and I recognized [8] driver—it was [9] Nancy. [10] Nancy, who was supposed to be in [11] London on [12] business trip or [13] something.

Тут всі артиклі однозначно поновлюються з тексту та з інформації про те, що цей текст — початок оповідання (а отже, нищо раніше згадано не було). А саме:

[1] **the** двері однозначно визначені контекстом (в домі автора може бути лише єдині *front door*) (II)
[2] **the** щойно згадані двері (II)
[3] **the** дім теж було згадано (II)
[4] **a** холодних вітрів буває багато, а цей раніше не згадувався (I)
[5] **the** у пальта автора може бути лише один комір (II)
[6] **A** блакитних фордів багато, а цей раніше не згадувався (I)
[7] **the** вулиця перед домом, напевне, тільки одна (II)
[8] **the** водій конкретної машини — один (II)
[9] □ *Nancy* — ім'я конкретної людини (III)
[10] □ *Nancy* — ім'я конкретної людини (III)
[11] □ *London* — назва міста (III)
[12] **a** Ненсі, очевидно, була в одній з багатьох службових відряджень (раніше не згаданих) (I)
[13] □ *something* — слово без множини (III)

Тепер ми пропонуємо читачеві застосувати рецептурне правило до цього ж тексту і переконатися в тому, що його результат збігатиметься з нашим. Після цього додатковою перевіркою засвоєння правил може послужити перегляд прикладів (1)–(29) з точки зору правил (I)–(III) і рецептурного правила.

Бібліографія

[Heim-89] *Heim Irene*, The Semantics of Definite and Indefinite Noun Phrases. New York: Garland Pub., 1988.

[Sos-91] *Сосинский А. Б.*, Шаблоновые грамматики и компьютерный перевод математических текстов. ВИНИТИ, Научно-техническая информация, 1991. № 1, С. 22–27.

[Sos-92] *Сосинский А. Б.*, Как написать математическую статью по-английски. Минск: Изд-во Софус Ли, 1992.

Додаток IV
Розбір завдань

Exercise 1.1 (с. 10). Розбір добре виконаного варіанту цього завдання пророблено на початку другого розділу. Зрозуміло, немає сенсу порівнювати текст вашого варіанту завдання з текстом, розібраним в книзі, але ви можете перевірити свій власний текст самостійно. Для цього досить підкреслити сталу частину (тобто всі фіксовані слова кожного використаного шаблону) і перевірити, що між цими словами справді стоять змінні слова (або словосполучення) потрібного типу (тобто частини мови, які відповідають потрібним шаблонам). Якщо ваш текст витримає таку перевірку, можете собі поставити п'ятірку.

Завдання 3.2 (с. 25). Це важке завдання, перекладати чужий текст набагато складніше, ніж відразу писати свій англійською, а в даному випадку штучна вимога використовувати лише десяток відібраних шаблонів додатково ускладнює справу. Нижче наведені два тексти: перший — це відмінно виконане одним студентом завдання (в ньому строго дотримано вимогу обмежитися основними шаблонами), а другий — переклад, виконаний без цього обмеження висококласним фаховим перекладачем. Другий текст літературніший і ближчий до оригіналу, зате перший — сухо и логічно простіший (ближче до канонів формальної математики) висловлює смисл оригіналу.

§1. Continuous maps (перший варіант перекладу)

1. A map of a topological space X to a topological space Y is called *continuous* if the preimage of any open subset of Y is an open subset of X. Equivalent condition: preimages of closed sets are closed.

A map $f\colon (X,A)\to(Y,B)$ is called *continuous* if the map abs $f\colon X\to Y$ is continuous.

Useful remark: a map $f\colon X\to Y$ is continuous if the preimages of all the open sets of a base of Y are open.

2. Obviously, if the maps $f\colon X\to Y$ and $g\colon Y\to Z$ are continuous, then their composition $g\circ f\colon X\to Z$ is continuous. For any space X, the identity map $\mathrm{id}_X\colon X\to X$ is continuous.

The definition of relative topology implies that if the map $f\colon (X,A)\to (Y,B)$ is continuous, then the map ab $f\colon A\to B$ is continuous. In particular, if $f\colon X \to Y$ is continuous, then for any subset $A \subset X$, the restriction $f|_F\colon A \to Y$ is continuous. For example, the inclusion of a subspace into a space is continuous.

3. Obviously, if Γ is a fundamental cover of X, then the continuity of the restrictions $f|A$, $A \in \Gamma$, implies the continuity of the map $f\colon X \to Y$. Equivalent formulation: if Γ is a fundamental cover of the space X and for any $A \in \Gamma$ there exists a map $f_A\colon A \to Y$ such that $f_A(x) = f_B(x)$ for $x \in A \cap B$ $(A, B \in \Gamma)$, then the map $f\colon X \to Y$,

$$f(x) = f_A(x) \quad \text{for } x \in A \ (A \in \Gamma),$$

is continuous.

4. A continuous map is called *open* if the images of open sets are open, and *closed*, if the images of closed maps are closed.

Obviously, the composition of open maps is open and the composition of closed maps is closed.

§1. Continuous maps (другий варіант перекладу)

1. A map of a topological space X to a topological space Y is called *continuous* if the preimage of any open subset of Y is an open subset of X. Equivalent condition: preimages of closed sets are closed.

A map $f\colon (X, A) \to (Y, B)$ is called *continuous* if the map abs $f\colon X \to Y$ is continuous.

Useful remark: a map $f\colon X \to Y$ is continuous if the preimages of all the open sets of a base of Y are open.

2. Clearly, the composition $g \circ f\colon X \to Z$ of two continuous maps $f\colon X \to Y$ and $g\colon Y \to Z$ is continuous and the identity map $\mathrm{id}_X\colon X \to X$ of any space X is continuous.

It follows from the definition of relative topology that if the map $f\colon (X, A) \to (Y, B)$ is continuous, then so is the map ab $f\colon A \to B$. In particular, the continuity of $f\colon X \to Y$ implies, for any subset $A \subset X$, that of the restriction $f|_F\colon A \to Y$. For example, the inclusion of a subspace into a space is continuous.

3. Clearly, if Γ is a fundamental cover of X, then the continuity of the restrictions $f|A$, $A \in \Gamma$, implies that of the map $f\colon X \to Y$. Equivalent formulation: if for any $A \in \Gamma$, where Γ is a fundamental cover of X, there exists a map $f_A\colon A \to Y$ such that $f_A(x) = f_B(x)$ for all $x \in A \cap B$ $(A, B \in \Gamma)$, then the map $f\colon X \to Y$ given by

$$f(x) = f_A(x) \quad \text{for } x \in A \ (A \in \Gamma),$$

is continuous.

4. A continuous map is called *open* if the images of open sets are open, and *closed*, if the images of closed maps are closed.

Obviously, the composition of open maps is open and the composition of closed maps is closed.

Цікаво, що в пунктах 1 і 4 «фаховий» переклад збігається дослівно з перекладом, виконаним за нашими правилами студентом, який погано володіє звичайною англійською мовою.

Завдання 4.1 (с. 31). В наведеному нижче розв'язку, в тих випадках, коли є дві можливості, наводяться обидва припустимих варіанти, розділені косою рискою «/».

8.1.2. *Affine transformations.* **A** ransformation of $\overline{\mathbb{C}}$ onto itself of **the** form $z \mapsto az + b$, $\infty \mapsto \infty$, where $a, b \in \mathbb{C}$ and $a \neq 0$, is called *affine*. In particular, if $a = 1$, then **the** corresponding affine transformation is **the** parallel translation (by **the** vector OB, where B is **the** point of **the** complex plane corresponding to **the** complex number b).

8.1.3. Theorem. *Affine transformations take* $\square^*$ *straight lines to* $\square^*$ *straight lines,* $\square^*$ *circles to* $\square^*$ *circles, and preserve* $\square^*$ *angles and* $\square^*$ *cross ratios.*

Proof. Denoting $a = re^{i\varphi}$, $r > 0$, we can write

$$z \mapsto e^{i\varphi} z \mapsto r(e^{i\varphi} z) \mapsto (re^{i\varphi} z) + b = az + b,$$

which shows that any affine transformation is **the** composition of **the** rotation (by **the** angle φ), the homothety (with coefficient r), and **the** parallel translation (by **the** vector b). This implies **the** theorem, because $\square^*$ rotations, $\square^*$ homotheties, and $\square^*$ translations obviously possess all four of **the** properties asserted by **the** theorem. The least obvious of these facts is that $\square^*$ homotheties preserve **the**/ $\square$ cross ratio, but this follows immediately from **the** fact that homothety in **the** plane of **the**/**a** complex variable is multiplication by **a** real number (which will cancel out in each of **the** fractions of **the** cross ratio).

8.1.4. *Linear-fractional transformations.* **The** transformation of $\overline{\mathbb{C}}$ given on $\mathbb{C} \setminus \{-d/c\}$ by

$$z \mapsto \frac{az + b}{cz + d}, \quad \text{where } ac - bd \neq 0 \tag{8.2}$$

that takes **the** point $-d/c$ to ∞ and ∞ to a/c is called *linear-fractional*.

The set of all linear-fractional transformations form **a** group, called **the**/□ *Möbius group* and denoted by Möb.

Indeed, the fact that **the** composition of two linear-fractional transformations is **a** linear-fractional transformation can be shown as follows: substitute $(a_1 z + b_1)/(c_1 z + d_1)$ for z in **the** expression $(az + b)/(cz + d)$, which yields (after some manipulations)

$$\frac{(aa_1 + bc_1)z + (ab_1 + bd_1)}{(ca_1 + dc_1)z + (cb_1 + dd_1)}; \tag{8.3}$$

but this expression is of **the** same form as (8.2), so **the** composition is indeed linear-fractional.

Завдання 9.2 (с. 53). Лише сам читач може з користю для себе виконати це завдання, а для різних читачів добре виконані завдання будуть виглядати зовсім по-різному. Тож добре виконане завдання 9.2 означає, що ви не даремно працювали цією книгою.